

Universidad Nacional de Salta
Facultad de Ciencias Exactas
Departamento de Matemática

Estudio de la ejecución experta

Análisis de un caso

Pitágoras de Samos



La casa de Pitágoras:

Los laberintos de sus misterios

María de las Mercedes Moya

Noviembre 2010

INDICE

1. EXPERTO SELECCIONADO	4
1.1. Justificación de la elección	4
1.2. Consulta a fuentes: Sitios, artículos, ejemplos de Internet que pueden ser tomados como fuente de consulta. Selección	4
1.3. Sobre Otras fuentes consultadas	8
2. IDENTIFICACIÓN/ ANÁLISIS DE LOS RASGOS/ HABILIDADES/FORMAS DE TRABAJO DEL EXPERTO.....	9
2.1. Introducción.....	9
2.2 Enumeración de los rasgos y cualidades del experto Pitágoras.	11
2.2.1 Base de conocimiento amplia en el área de experticia	11
2.2.2 Activación del conocimiento declarativo y procedimental.....	11
2.2.3 Recuperación rápida de la información en estructuras organizadas o patrones del mismo	12
2.2.4 Estructuras ricas de conocimiento almacenadas en la memoria, altamente organizadas e integradas conceptualmente.	13
2.2.5 Especificidad de dominio de conocimiento y procesos, sensibilidad y orientación a tareas y metas.	14
2.2.6 Uso del conocimiento al razonar cuanti y cualitativamente	14
2.2.7 Deducciones causales sobre un sistema o modelo antes de aplicar un procedimiento o método	15
2.2.8 Eficiencia acentuada en la aplicación de la solución.....	16
2.2.9 El acceso a un principio activo o guía el acceso a otros.	16
2.2.10 Dominio del Conocimiento específico	18
2.2.11 Habilidad para la detección e interpretación de la información.....	20
2.2.12 Capacidad para extraer información.....	21
2.2.13 Eficacia de la Organización de la información, rápido reconocimiento de patrones	22
2.2.14 Simplificación, agrupamiento y jerarquización eficiente de la información.....	22
2.2.15 Percepción acentuada de las propiedades funcionales o estructuras profundas significativas.....	22
2.2.16 Percepción de patrones significativamente amplio y complejos de ocurrencia rápida que parece tomar la forma de intuiciones	22
2.2.17 Links cognitivos	24
2.2.18 Identificación y solución de problemas	24
2.2.19 Habilidad para advertir qué tipo de problema tienen por delante y luego buscar la solución.....	24
2.2.20 Categorización abstracta del problema, desarrollando primero soluciones en extensión y luego en profundidad.....	24
2.2.21 Monitoreo de los datos, sensibilidad para el feedback informativo.....	25
2.2.22 Técnicas de control de la solución.....	28
2.2.23 Uso de algoritmos en el proceso de búsqueda y evaluación	28
2.2.24 Pausas para los procesos cognitivos que demandan mayor esfuerzo y menor automatización	30
2.2.25 Revisiones y retrocesos	30
2.2.26 Almacenamiento de soluciones correctas	31
2.2.27 Bajo número de errores.....	31
2.2.28 Asignación de tiempo para hacer un análisis cualitativo del problema	32
2.2.29 Facilidad en la construcción de modelos que proporcionan las bases para detectar incongruencias y comprobar errores.....	32
2.2.30 Pensamiento constante sobre temas y problemas	32
2.2.31 Búsqueda heurística.....	33
2.2.32 Suelen no saber como resuelven los problemas: muestran habilidades metacognitivas altamente desarrolladas para el control ejecutivo, pero mas limitadas para entender como se logran.	33
2.2.33 Construcción del vocabulario durante años de práctica.....	33
2.2.34 Empleo de signos y convenciones	33
2.2.35 Amplio vocabulario de combinaciones posibles.....	34
2.2.36 Autoconfianza.....	34

2.2.37	Creatividad. Distinción entre pericia rutinaria y adaptativa.....	34
2.2.38	Inducción de principios implícitos a partir de ciertas características de problemas	36
2.2.39	Percepción acentuada de las propiedades funcionales o estructuras profundas significativas.....	36
2.2.40	Generación de un número variado de hipótesis plausibles	36
2.2.41	Interpretación de los datos a la luz de las hipótesis	37
2.2.42	Habilidades metacognitivas altamente desarrolladas.....	37
2.2.43	Autorregulación	38
2.2.44	Uso del procesamiento automático y paralelo	39
2.2.45	Ofrecimiento de pocos recursos de solución en un lenguaje abstracto y argumentado.	42
2.2.46	Agrupamiento de problemas diferentes identificándolos e integrándolos dentro de los principios que son más predictivos para el método de solución	42
2.2.47	Flexibilidad y adaptabilidad	43
2.2.48	Corrección de dificultades	44
2.2.49	Automatización de aspectos del desempeño que los exime del control consciente.....	45
2.2.50	El modelo es parte de la representación del problema, una descripción global de características importantes que permite deducciones acerca de los objetos y relaciones que van más allá del enunciado	46

3. JUSTIFICACIÓN DE LOS RASGOS DEL EXPERTO DESDE LOS MARCOS TEÓRICOS DE LA MEMORIA.....47

4. ANALISIS DE RASGOS DEL EXPERTO A LA LUZ DE DE LA TEORÍA DE LAS INTELIGENCIAS MÚLTIPLES50

4.1 Inteligencia Lógico – Matemática (EXPRESA)	51
4.1.1. Percibe los objetos y su función en el ambiente.	51
Familiarizado con los conceptos de cantidad, tiempo, causa y efecto.	51
4.1.2. Usa Símbolos abstractos para representar objetos y conceptos	52
4.1.3. Formula y pone a prueba hipótesis.....	53
4.1.4. Utiliza diversas estrategias matemáticas para estimar y calcular algoritmos	54
4.1.5. Usa tecnología para resolver problemas	55
4.2. Inteligencia Rítmica – Musical (INFERIDA).....	55
4.2.1. Comprende y responde a la variación de sonidos, puede organizarlos en patrones significativos.	55
4.2.2. Le interesa indagar el rol de la música en la vida de las personas.....	55
4.2.3. Desarrolla habilidades marcos musicales de referencia musical	56
4.2.4. Crea instrumentos originales.	56
4.3. Inteligencia Interpersonal (EXPRESA).....	57
4.3.1 Se vincula e interactúa con otros	57
4.3.2 Percibe los sentimientos, pensamientos, motivaciones y estilos de vida.....	57
4.3.3 Asume roles variados	58
4.3.4 Influencia la acción y opiniones.	58
4.3.5 Se comunica y comprende eficazmente a través de formas verbales y no verbales	58
4.3.6 Interpreta de manera novedosa procesos y modelos sociales.	58
4.4. Inteligencia Verbal – Lingüística (INFERIDA)	59
4.3.1 Imita lenguaje y escritura de otros.....	59
4.3.2 Es competente para recordar, comunicar, debatir, explicar.....	59
4.3.3 Demuestra habilidad para aprender otros idiomas.....	59
4.3.4 Crea conocimiento y reflexiona sobre su lenguaje	60
4.5. Inteligencia Cinética – Corporal (INFERIDA)	60
4.5.1 Explora el ambiente y los objetos a base del tacto.	60
4.5.2 Aprende mejor cuando se involucra y participa. Recuerda más lo que se ha hecho que lo que se ha dicho u observado.	60
4.5.3 Comprende y vive según parámetros físicos solucionables.....	61
4.6. Inteligencia Viso – Espacial (INFERIDA)	61

4.6.1	Aprende viendo y observando. Reconoce fácilmente caras, objetos, detalles y escenas.....	61
4.6.2	Percibe y crea imágenes mentales, piensa con imágenes, reproduce detalles.	61
4.6.3	Usa las imágenes cuando desea recuperar información.....	63
4.6.4	Es capaz de modificar mentalmente la forma de los objetos y secuenciar sus movimientos	63
4.6.5	Puede ver los objetos desde diferentes perspectivas, de esta manera detecta errores ocultos.	64
4.6.6	Percibe patrones sutiles de organización espacial	65
4.7.	Inteligencia Intrapersonal (INFERIDA)	66
4.7.1	Es consciente de sus propias emociones.....	66
4.7.2	Encuentra formas para expresar sus sentimientos y percepciones.....	66
4.7.3	Ha desarrollado una clara conciencia de si mismo.....	66
4.7.4	Vive de acuerdo a su escala de valores.....	66
4.7.5	Persigue la autorrealización.....	67
4.8.	Inteligencia Naturista (INFERIDA).....	67
4.8.1	Entendimiento del mundo natural	67
4.8.2	Observación científica de la naturaleza.....	67
4.8.3	Discernimiento de patrones de vida y fuerzas naturales.....	68
4.9.	Espiritual (INFERIDA).....	68
4.9.1	Desea conocer las entidades del cosmos y de un Dios	68
4.9.2	Gran gusto por la estética.	68
4.9.3	Le gusta vivir en una Comunidad Espiritual	68
4.10.	Existencial (INFERIDA)	69
4.10.1	Tiene claro significado de la vida y de la muerte	69
4.10.2	Amor ante lo bello	69
4.11.	Moral (INFERIDA)	69
4.11.1	Reconoce el carácter sagrado de la vida en diferentes facetas.....	69
4.11.2	Facilidad para dominar las representaciones simbólicas y las codificaciones en cuestiones sagradas.	69
4.11.3	Compromiso duradero en lo sagrado y Místico.....	70
5.	CONSIDERACIONES FINALES.....	70
5.1.	Primera consideración	70
5.2.	Segunda Consideración.....	70
5.3.	Tercera Consideración.....	71
6.	CONCLUSION	72
7.	BIBLIOGRAFIA	74

1. EXPERTO Seleccionado

Pitágoras: Personalidad sobresaliente dentro del campo de la Matemática y la Filosofía.

1.1. Justificación de la elección

La elección de Pitágoras como “experto” se debe a cuestiones de diferente naturaleza. Para entender mejor lo anteriormente dicho se realizará una serie de preguntas y afirmaciones que pueden dar a luz la selección del mismo.

- a) En la sociedad, cualquier persona que haya cursado el ciclo de nivel medio (actualmente denominado EGB3 y Polimodal), han estudiado el famoso “Teorema de Pitágoras”. Muchos de ellos (tal vez la mayoría) no recuerden el enunciado de tal Teorema, más si se le pregunta a cualquiera ¿Sabe quien es Pitágoras?, la respuesta seguramente será: “ah... el del Teorema, ¿o no?”. Esto indica que el experto seleccionado resulta conocido por un gran número de personas, al menos por su nombre.
- b) A un estudiante universitario de carreras que se vinculen de una u otra manera con la matemática, conocen el Teorema de Pitágoras, lo cual no significa que conozcan las sendas demostraciones realizadas hasta la fecha. Idéntica situación puede observarse entre los docentes de matemática sean de Nivel Medio, Superior No Universitario y/o Universitario. Sobre su filosofía posiblemente conozcan muy pocos (aquellos dedicados específicamente a la enseñanza de la Ciencia Matemática), pero... ¿Conocen las relaciones de la misma con las otras Ciencias?. Si preguntamos a un profesor elegido al azar ¿Cuánto podrá decirnos acerca de la filosofía pitagórica sumergida en la Física, Química?. ¿Saben lo que es la Aritmogeometría?.
- c) Un profesor de música, ó un músico ¿Conoce acerca de las comas pitagóricas?. Posiblemente existan personas que si, y otras que no.
- d) ¿Cuánto sabemos de la importancia del Teorema? y de su vinculación a grandes descubrimientos a lo largo de la historia de la Ciencia y de deducciones realizadas por Grandes Matemáticos (otros expertos) hasta llegar a Teoremas que fueron demostrados en 1993. De igual manera ¿Se conoce la importancia de la filosofía pitagórica?, ¿de la armonía de las esferas?, ¿de la aritmogeometría?, ¿de los versos de oro? ¿del quadrivium? y por ende ¿de la Matemática y la Música?. Y... ¿Qué pasa con los problemas planteados que ya fueron resueltos algunos y otros aún quedan sin demostrar?. Esto es: ¿Qué podemos decir acerca de los problemas y su solución?

Estas son algunas de las justificaciones que considero *más relevantes* para la elección del experto.

Se ha consultado diversos sitios de Internet y Bibliografía específica de Historia de la Matemática y Filosofía Matemática.

1.2. Consulta a fuentes: Sitios, artículos, ejemplos de Internet que pueden ser tomados como fuente de consulta. Selección

Mucha información sobre Pitágoras puede uno encontrar en la red, algunas con hipervínculos que llevan a páginas similares. En otros casos, el propio sitio contiene

hipervínculos que amplían el tema. El interrogante que se plantea es ¿Cuál de todas los sitios encontrados pueden ser los más destacados? y ¿Por qué?.

Rescato de la búsqueda los siguientes sitios:

- 1) <http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/pitagoricos.htm>
- 2) http://www.anarkasis.com/pitagoras/041_pitagoras/
- 3) <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Mathematicians/Pythagoras.html>
- 4) <http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Biografias/12-1-b-pitagoras.html>
- 5) <http://www.arrakis.es/~mcj/polstar.htm>

Otros sitios de gran interés existen sobre el tema, la elección de los mismos no fue en forma aleatoria.

En los tres primeros casos (sitios que considero más relevantes), los datos suministrados por estos ellos, provienen de fuentes confiables. ¿Por qué aseguro que son confiables?. Por los autores que han aportado a los mismos. Por ejemplo en el caso 1) cuya página es del Dr. Miguel de Guzmán Ozamiz, uno de los matemáticos más destacados de este siglo aportó no sólo desde este sitio al conocimiento de la Historia de la Matemática, sino a temas específicos de la misma. Escribió numerosos libros en varios idiomas y ha sido considerado en un determinado momento (siendo presidente del ICMI) como un matemático y educador preocupado no sólo por la Matemática, sino por su enseñanza, siendo uno de los pioneros en tecnología para la Educación Matemática a través de la utilización de software como el Derive. Además es considerado (luego de su fallecimiento, en marzo de 2004) como el “último pitagórico”.

Considero oportuno hacer este comentario ya que he colocado este sitio en primer lugar, por el material que brinda, porque está en español y eso ayuda en gran medida a la enseñanza en distintos niveles educativos en Latinoamérica.

No por ese motivo se desmerece los otros dos sitios, pues de lo contrario no hubieran sido colocados como “prioritarios” dentro de los numerosos que existen en la Web.

El sitio 2) es muy interesante, confiable por sus autores, los cuales se dan en el índice del sitio, que comienza de la siguiente manera:

“Esta unidad didáctica ha sido creada en el I.E.S. "Antonio Machado" de Madrid durante el curso académico 2001/2002, como trabajo elaborado para el C.A.P. "Latina-Carabanchel". Consta de más de mil archivos de todo tipo (texto, imagen, sonido, video, animación y applet) integrados en páginas web (html)”.

La introducción ya nos dice acerca de cómo es el sitio, y su importancia (a mi entender). No sólo es un sitio en donde se puede encontrar material sobre Pitágoras, sino también es un sitio educativo para apropiarse del conocimiento. Las ideas filosóficas son claras, coexisten diferentes puntos de vista de otros autores y por si esto fuera poco es interactivo dando ideas para profesores para aprender a aprehender.

El tercer sitio elegido, se considera importante y confiable por su origen, autor y además la información suministrada y la manera en que está organizada, dan una clara idea de los aportes de Pitágoras y la doctrina Pitagórica, entre lo más significativo.

Otros sitios de interés son valiosos, confiables y aportan datos que están organizados especialmente para un “novato” y podría ser una primera aproximación al tema, tal es el caso del sitio <http://www.terra.es/personal/jftjft/Historia/Biografias/Pitagoras.htm>., como así también <http://es.wikipedia.org/wiki/Pit%C3%A1goras>. Muchos sitios se pueden visitar, pero claramente hay que “filtrar” la información.

Para que se entienda mejor lo anteriormente dicho se coloca “**un índice**” de cada página.

Índice de la Pagina 1

- [Pitagoras.](#)
- [La comunidad pitagorica. Generaciones de Matemáticos.](#)
- [Algunos fragmentos de la enseñanza pitagórica.](#)
- [Los pitagóricos del helenismo y de la era romana.](#)
- [Los cuatro Mathemata.](#)
- [La geometría de los pitagóricos.](#)
- [La aritmética de los pitagóricos.](#)
- [Armonía científica de los pitagóricos.](#)
- [Vigencia del pitagorismo.](#)

Índice de la Página 2

1.	011 Aplicaciones utilizadas	
	012 Guía del profesor	
	013 Autores	
2.	020 Introducción	Osciloscopio
	021 Un cuadro alegórico	Calculadora musical
	022 Anamorfosis	Tres canciones
	023 Repetición Predicción	Juego: adivina el intervalo musical
	024 Medición Simplificación	
3.	032 Los orígenes de la música	Juego: una sopa de letras
4.	041 Los pitagóricos. El Quatrivium	
	042 Quatrivium	Juego: cuestionario
	043 Propiedades que comparten música y matemáticas	
5.	051 Escalas y armonía. Diatónica	Juegos de Combinatoria y Composición

052	La escala cromática
053	La escala cromática en notación logarítmica
6.	
061	Simetría y música. Aritmética Modular
062	Simetrías y Patrones
063	Ejemplos de Simetrías (deja cargar la ventana)
064	Homotecias (deja cargar la ventana)
068	Homotecia 01
069	Homotecias otras (deja cargar la ventana)
065	Otras Simetrías
066	Arte musulmán (deja cargar la ventana)
067	Teselados (deja cargar la ventana)
7.	080 Ver las primeras conclusiones en la partitura
8.	100 Combinatoria y música
9.	
200	La Proporción áurea (deja cargar la ventana)
201	La Proporción áurea en la naturaleza
202	La sección áurea en la Arquitectura
203	La sección áurea en la pintura (deja cargar la ventana)
204	La sección áurea en la música
205	La sucesión de Fibonacci
10.	500 LA FISICA DEL SONIDO Menú
11.	
710	La percepción del sonido-tesitura
720	Timbre
730	Sensibilidad al oido
740	Coclea
750	Ilusiones acústicas
760	Efecto muaré
770	Contexto Disonancia
12.	
810	Siglo XX. La atonalidad
812	Resumen ecánica cuántica n°1
814	Resumen mecánica cuántica n°2
13.	820 Dodecafonismo
14.	950 Conclusión

Estas páginas incluyen applets. Habilitar Java en tu explorador.

Índice de la Página 3

1. [Greek Astronomy](#)
2. [Perfect numbers](#)
3. [Prime numbers](#)
4. [The Indian Sulbasutras](#)
5. [The history of cartography](#)
6. [Pythagoras's theorem in Babylonian mathematics](#)
7. [The Golden ratio](#)
8. [Mathematics and Architecture](#)
9. [Infinity](#)
10. [Christianity and the Mathematical Sciences - the Heliocentric Hypothesis](#)
11. [A history of time: Classical time](#)
12. [Mathematics and the physical world](#)
13. [Overview of Chinese mathematics](#)
14. [The Ten Mathematical Classics](#)
15. [Nine Chapters on the Mathematical Art](#)

Other references in MacTutor

1. [Pythagoras's theorem](#)
2. [Chronology: 30000BC to 500BC](#)

Honours awarded to Pythagoras

(Click a link below for the full list of mathematicians honoured in this way)

[Lunar features](#)

Crater Pythagoras

Other Web sites

1. [Theosophy Online](#) (Pythagoras and his School)
2. [G Don Allen](#)
3. [Internet Encyclopedia of Philosophy](#)
4. [Mathgym, Australia](#)
5. [Simon Fraser University](#)
6. [The big view](#)

Índice de la Página 4

[VIDA](#)

[LA COMUNIDAD PITAGÓRICA](#)

[EL ASPECTO MÍSTICO DE LA DOCTRINA PITAGÓRICA](#)

[LOS PITAGÓRICOS Y LA CIENCIA](#)

1.3. Sobre Otras fuentes consultadas

- [1] Babini, J. - Historia Universal de la Ciencia y de la Técnica. (Nº 6).
Centro Editor de América Latina - 1978.

- [2] Campos, A – Introducción a la Lógica y a la Geometría Griegas anteriores a Euclides – Universidad Nacional de Colombia – Bogota - 1994
- [3] Devlin, K. - Memorandum 8, 11, 15 (para el profesor) - Unión Matemática Argentina - Departamento de Educación- OMA.
- [4] Le Lionnais, F. y colaboradores - Las grandes corrientes del pensamiento Matemático Editorial Universitaria de Bs.As. - 1962
- [5] Newman J. R. - Sigma, el mundo de las matemáticas . Tomo I y V. Editorial Grijalbo - 1979
- [6] Papp, D. - Historia de la Ciencia - Enciclopedia Práctica Jackson - Tomo 8- Editorial Jackson - 1951.
- [7] Ribnikov, K. – Historia de las Matemáticas – Editorial Mir – Moscú – 1987
- [8] Shanks, D. - Solved and unsolved problems in Number Theory. Editorial Spartan Books - Washington, D. C. 1962.
- [9] Wussing, H.; Arnold, W – Biografías de Grandes Matemáticos – Universidad de Zaragoza -1989

Observación: El material extractado de: Shanks, D. - Solved and unsolved problems in Number Theory. Editorial Spartan Books - Washington, D. C. 1962., fue resumido y traducido por la autora del presente Trabajo Práctico, tratando de colocar los aspectos más relevantes en forma ordenada y concisa.

Los datos que suministran los libros de textos, enciclopedias u otro material impreso, son muy importantes a la hora de estudiar sobre un tema, la seriedad de quien lo escribe (si fue sometido a árbitros), etc. Por otra parte, es un material “portable” a cualquier lugar. Un CD o un pendrive son también portables y pueden almacenar mucha información. En este momento, la mayoría de las personas utilizan la computadora para extraer información, comunicarse a través de redes sociales, aprender a distancia, y otras actividades. Mientras se pueda, mientras sigan existiendo..., los materiales impresos fueron, son y seguramente seguirán siendo “medios tecnológicos” al “alcance de cualquier lector”.

La información recolectada es muy amplia. Por lo tanto es conveniente, como en todos los casos realizar procesos para organizar y jerarquizar la información que se acumulada.

2. Identificación/ Análisis de los rasgos/ habilidades/formas de trabajo del experto

2.1. Introducción

Pitágoras fue contemporáneo de Buda y de Confucio. Después de un probable viaje a la India creó una secta secreta en Crotona sobre fundamentos matemáticos.

De Pitágoras se dijo que resucitó muertos, curó desahuciados, caminó sobre las aguas y repartió milagrosamente los alimentos.

¿Acaso esto último no te trae a alguien a tu memoria?¹

Antes de realizar una enumeración de las mismas, se considera relevante colocar algunos fragmentos que asignan a Pitágoras como experto, para luego realizar un análisis más detallado de las características. Esto, con el fin de conocer las características más importantes para cualquier lector que no sea “Matemático”. Luego, se realizará en cada una de las características, un link en donde se justifica el porque de dicha elección.

Las características que se mencionan tienen que ver con:

- 1) Empédocles (discípulo de Pitágoras) decía sobre él: Había entre aquellos un hombre de extraordinario conocimiento, que adquirió la máxima riqueza de sabiduría, sumamente experto en toda clase de obras sabias; pues siempre que ponía su máximo empeño, veía con facilidad todas y cada una de las cosas que existen en diez incluso en veinte generaciones de hombres.
- 2) A pesar de que tanto Platón como Aristóteles se muestran particularmente parcos en mencionar a Pitágoras por su nombre y ninguno de los dos nos da una información de positivo valor, estos pasajes del siglo V demuestran suficientemente que Pitágoras fue, de hecho una figura histórica y no meramente legendaria. La dificultad radica en establecer algo más que su nuda existencia, si bien podemos concluir, tomando como base los escasos testimonios contemporáneos o antiguos, que es posible reconstruir, por lo menos, las líneas generales de su sistema.
- 3) Pitágoras, un griego universal, elevado al estatus de los dioses, revolucionó la sociedad de su tiempo. Incomprendido, iniciado en las artes mágicas, geómetra de enorme talento, protagonista de innumerables leyendas y eterno aspirante a la perfección. Su prodigiosa genialidad ha dejado huella imborrable en la historia del pensamiento y la ciencia.
- 4) Para algunos estudiosos, Pitágoras había sido el fundador de un grupo religioso de carácter sectario al que la historia atribuyó injustamente descubrimientos matemáticos realizados con posterioridad, mientras que otros han destacado sus habilidades científicas. Sin desmerecer la última faceta, el experto en filosofía presocrática W.Guthrie afirma que Pitágoras era un hombre profundamente religioso, que creía firmemente en las doctrinas de la inmortalidad y la transmigración de las almas. Porfirio nos dice que el maestro “sostuvo que el alma es inmortal; que emigra a otras especies de seres vivos; que los acontecimientos pasados se repiten en un proceso cíclico y nada nuevo en sentido absoluto...” y Onesicrato, resalta que “ordenó a los hombres que se abstuvieran de comer carne animal”
- 5) En cuanto al término *sophistés*, es Píndaro quien lo usa por primera vez con el significado de “poeta”, y más tarde lo podemos hallar en Heródoto, que aplica este término a personajes de la talla de Solón, uno de los Siete Sabios, a Melampo, un experto en el arte de la adivinación, o al filósofo Pitágoras. Por tanto, antes del S. V.a. C, nada nos hace suponer que el término *sofista* tuviera connotaciones peyorativas que más tarde adquirió.

¹ Extractado del sitio: <http://www.sme.com.ar/ecampetella/biografias/pitagoras.htm>

2.2 Enumeración de los rasgos y cualidades del experto Pitágoras.

2.2.1 Base de conocimiento amplia en el área de experticia

Según Heráclito, fr. 129, Diógenes Laercio, VIII 6: Pitágoras hijo de Mnesarco, practicó la investigación científica por encima de todos los hombres y, tras hacer una selección de estos escritos, se hizo su propia sabiduría, que fue, en realidad, diletantismo y extravagancia.

En el aspecto científico, cuatro temas fueron estudiados: aritmética (la teoría de los números), geometría, música y esferas (astronomía matemática). De éstos cuatro, la aritmética fue considerada el tema fundamental.

Pitágoras fue un filósofo que se dedicó a dos ramas fundamentales:

- a. Filosofía Mística: Desarrolló una filosofía que tiene que ver con inmortalidad y la trasmigración de las almas.
- b. Filosofía Matemática: “Todo es número”, del cual devienen diversas connotaciones.

2.2.2 Activación del conocimiento declarativo y procedimental.

¿Por qué?. Simplemente por el sólo hecho de “Activar el conocimiento” no sólo desde el punto de vista matemático, sino también desde otros aspectos.

Indudablemente Pitágoras tenía clara conciencia de lo que quería. La creación de la Secta Pitagórica con una determinada filosofía, y por ende todos los descubrimientos matemáticos que allí acontecieron. El cómo, es claro también, pues sin una “filosofía clara” hubiera sido imposible que lo lograra. El sabía cómo organizarla, como mantenerla, aunque algunas cosas “al parecer” no salieron como él lo hubiera deseado. Este hecho es referente a la muerte de su doctrina. Más esto puede no ser considerado como tal a lo largo de la historia de la Ciencia y del pensamiento, ya que sigue vigente en muchos hombres.

Ya Herodoto conocía el adjetivo proveniente del nombre de Pitágoras. “**No sólo existe el individuo Pitágoras, sino un pensamiento y una manera de ser que reciben el nombre de él**”. Platón habla de los pitagóricos y de su fundador, Pitágoras. Y cuando trata de establecer y explicar las ideas de Sócrates presenta a sus oyentes diversas opciones entre formas de vidas contrapuestas, deja ver el influjo de la manera de ser pitagórica.

Aquí un claro ejemplo que justifica el hecho de **su** doctrina.

LA DOCTRINA Y LO MISTICO:

1. trasmigración de las almas: Aceptó la metempsicosis. Creía que el poder del alma perduraba luego de la muerte. Creía en la vida luego de la muerte. De hecho, la vida terrenal era mínima, y lo importante estaba en el alma que estaba prisionera del cuerpo. El alma va tomando distintos cuerpos, siendo la forma más alta los astros.

2. parentesco de todos los seres vivos: El alma decide la clase de cuerpo a introducirse. Puede ser en una animal, un vegetal (algunas plantas) o en un Dios. Por ello se abstendían (no sólo él sino sus discípulos) de comer cosas como laurel o las habas. Dicen que Pitágoras al escuchar

que apaleaban a un cachorro pidió clemencia porque reconoció al alma de un amigo en el grito.

3. reglas de abstinencia y prohibiciones: Al puro se lo reencarna en lo puro, al impuro en lo impuro. Por ello era tarea del hombre buscar la pureza. De la búsqueda de la pureza el pitagorismo condujo al nacimiento de la medicina y la música como ciencias. Él era un meditador, y en consecuencia “practicaba el silencio” (El y los Pitagóricos). Algo insólito tal vez, es la concepción de que las matemáticas y la música elevaban al alma. Siendo meditador, era vegetariano, por ende no comía carne (El ni sus discípulos) pero por asociación con la metempsicosis. Sacrificios sangrientos a la divinidad estaban prohibidos. Así también, no bebía vino. Entre sus preceptos no aceptaba dejarse poseer por una risa incontenible (típico de cualquier meditador!!). Asignaba números a las cosas: la justicia el 4; la salud el 7; el matrimonio el 5, por dar algunos ejemplos.

4. su idea de Dios: Enseñaba la existencia de un único Dios que une al mundo por la justicia. No piensa ni tiene forma humana. Asocia el cuerpo con la esfera y lo manifiesta en el movimiento circular de los astros.

Luego de su muerte, la escuela acusmática mantuvo el aspecto místico, y la de los matemáticos apuntó a la ciencia.

LA CIENCIA:

Fueron hacia el siglo V a. C los principales investigadores científicos. La religión y la ciencia iban de la mano. Se creía que mediante la contemplación, el descubrimiento del orden del universo se podría llegar a la purificación.

La importancia del número, fue la base de su doctrina matemática. Pero lo que parece que más impresionó, fue el descubrir que los intervalos musicales que hay entre las notas de la lira pueden expresarse numéricamente. Cabe decir que la altura de un sonido depende del número, en cuanto que depende de las longitudes de las cuerdas, y es posible representar los intervalos de la escala con razones numéricas. Pues bien, lo mismo que la armonía musical depende de un número, se puede pensar que la armonía del universo depende también del número.

2.2.3 Recuperación rápida de la información en estructuras organizadas o patrones del mismo

Para Pitágoras el cielo entero era como una escala musical, y podía ser representado por números. Hablaba de la armonía cósmica.

Todo es número nuevamente!! Esto es lo que le da el carácter de “recuperar la información”. Ahora bien, ¿cómo está organizada esa información en estructuras o patrones significativos?.

Recupera la información de su creencia de que todo es número, la organiza de tal manera que puede darle significado. Es difícil entender esto, difícil entender su Doctrina. Según algunos documentos, señalan el significado de los números de la siguiente manera (Aristóteles):

Los elementos del número son lo par y lo impar, y que, de estos elementos, el primero es ilimitado y el segundo limitado; la unidad, el uno procede de ambos (pues es a la vez par e impar), y el número procede del uno; y el cielo todo, es números”.

Esta concepción de números se expande: La unidad es el punto, el dos es la línea, el tres la superficie, el cuatro el volumen. Decir que todas las cosas son números significaría que “todos los cuerpos constan de puntos o unidades en el espacio, los cuales, cuando se los toma en conjunto, constituyen un número. La tetraktys, **figura sagrada**, demuestra lo siguiente: el 10 (tetraktys) resulta de sumar $1+2+3+4$, o sea, que es la suma de los cuatro primeros números enteros. Por ella, hacían el juramento “yo soy pitagórico”, hecho en nombre de Pitágoras mismo, pero sin nombrarlo, “**por quién transmitió a nuestra alma la tetraktys**”. La tetraktys es el número perfecto y la clave de la doctrina. Es posible que jugase también un papel en los distintos grados de la metamorfosis del alma.

Esto último da cuenta de la forma en que organizaba la información, en el sentido de que “todo es número” se organiza en las ideas para darle significado a los mismos.

Este tipo de significado, era organizado para poder recuperar “otra información”, la que tiene que ver con la Geometría. En este sentido, los números además tienen formas geométricas: “números triangulares, números cuadrados, números pentagonales, en general, números poligonales”. Cada número toma forma ahora de un polígono.

La creatividad, o tal vez fantasía contribuyó positivamente al desarrollo de las matemáticas.

Un conocimiento práctico del Teorema de Pitágoras aparece ya en los cálculos sumerios. (recuperación de la información). La gran diferencia es que no se conformó con cálculos geométricos o aritméticos, sino que se integró en un sistema deductivo.

Resumiendo la geometría pitagórica (o la Geometría de Pitágoras), abarcaría el conjunto de libros I, II, IV, VI (y probablemente el III) de Euclides con la particularidad de que la teoría pitagórica de la proporción fue incompleta, puesto que no se aplicaba a magnitudes inconmensurables. La teoría que solucionó este último punto se inventó en la Academia, bajo la dirección de Eudoxo.

Para Pitágoras, no sólo la tierra era esférica, sino que no ocupaba el centro del universo. La tierra y los planetas giraban -a la vez que el sol- en torno al fuego central o “corazón del Cosmos” (identificado con el número uno). El mundo aspira el aire de la masa sin límites que lo envuelve y habla del aire como lo ilimitado.

Debemos a los descubrimientos de Pitágoras y de sus discípulos el perfeccionamiento del álgebra y de la aritmética, la clasificación de los poliedros regulares, el teorema de Pitágoras y su corolario, la inconmensurabilidad de la diagonal y del lado de un cuadrado, la doctrina de “Armonía de las esferas”, la definición de los números perfectos, aquellos que son iguales a la suma de sus divisores, **una teoría del universo**.

2.2.4 Estructuras ricas de conocimiento almacenadas en la memoria, altamente organizadas e integradas conceptualmente.

Los conocimientos filosóficos místicos y matemáticos se complementan. Es difícil, o tal vez imposible, separar en las concepciones de la Doctrina de Pitágoras, la noción mística, metafísica y matemática. La búsqueda de la explicación de la existencia estaba referida a la noción de un Dios, principio de todas las cosas, determinadas a la vez por el número y la armonía numérica.

En efecto, el punto esencial de la filosofía de Pitágoras fue que el número está en todas las cosas. Es conveniente dejar en claro que número significa número entero positivo. En esa época no había ningún otro.

La relación entre número e intervalos musicales fue uno de los primeros descubrimientos de Pitágoras. Los acordes de los sonidos emitidos por las vibraciones de las cuerdas de la lira ponían en evidencia una relación simple con las longitudes de las cuerdas.

En efecto, cuando la longitud de la cuerda, digamos 12, suena una cierta nota, (la tónica), si se reduce a la mitad, sonará la octava, esto es, cuando las longitudes estaban en relación 1:2; cuando en cambio, esa relación era 3:4 o 2:3 se obtenían respectivamente, la cuarta y la quinta. Así la Armonía es un número.

El estudio de la media y proporción, fue también un ingrediente importante del Pitagorismo. Así, la cuarta es la media aritmética de la tónica y de la octava, $9 = 1/2 (12 + 6)$, mientras la quinta es su media armónica, $1/8 = 1/2 (1/12 + 1/6)$. La quinta es a la tónica como la octava es a la cuarta, y el criterio de tal proporcionalidad es encontrada en: $8.9 = 12.6$.

2.2.5 Especificidad de dominio de conocimiento y procesos, sensibilidad y orientación a tareas y metas.

Extremadamente apasionado, desde el corazón podía percibir la armonía de las esferas. Este tipo de procesos mentales, el hecho de organizar y debatir las formas de funcionamiento es lo que le confiere además el carácter de Líder. Esta característica, influye en su pensamiento a los fines perfeccionarse cada vez más en el dominio del conocimiento, en la manera en que los procesa, en esa sensibilidad a la tarea y desde luego, orientarse hacia su meta, claramente definida.

El conocimiento que tenía estaba orientado hacia la búsqueda de la perfección. En definitiva su meta “era la perfección”. De esa manera es que creaba procesos mentales, con un alta dosis de pasión para lograr “la unidad”, “lo que es perfecto”.

Esta sensibilidad, dotada de su misticismo, hizo que mucho lo siguieran. Uno en épocas no tan lejanas a su ruptura, otros, en cambio recién en el renacimiento. Kepler un Pitagórico de pura cepa, descubre sus Leyes, a partir de sus creencias Pitagóricas. Su metas, (sin él sin quiera saberlo) se difunden entre los de su época como las posteriores.

Esto puede dar idea de la sensibilidad que podían percibir otros científicos en Pitágoras y de sus creencias místicas, las cuales fueron absorbidas hasta este siglo. Nombres como Diofanto, Fermat, Wiles, son conocidos como otros “expertos” en Teoría de Números.

2.2.6 Uso del conocimiento al razonar cuanti y cualitativamente

Las diferencias **cualitativas** de las cosas pueden ser reducidas a diferencias **cuantitativas**, descubrimiento de fundamental importancia, puesto que está en la base de todas las descripciones que la física teórica puede dar de los fenómenos.

Al pensar que “Todo es número”, para él todo era cuantificable. Así encontramos los números y sus significados con alguna cualidad.

La tradición Pitagórica que consideraba la unidad y la díada como los principios de los números, los colocaba por fuera y por encima de la serie de los números naturales, y no los tenía ni como pares o impares, ni como primos ni compuestos.

Una magnitud se concibe como continua, finita, extendida en uno, en dos, o en tres sentidos: así se tiene la línea, la superficie, el cuerpo, la totalidad: el número de la totalidad es la “triada”

La tetrayctis (el número 10), encierra diversas especies de números: la del par – impar por ser la unidad uno de los sumandos. La de los pares por ser 2 otro de los sumandos. La de los impares por ser 3, primer impar, otro de los sumandos. La de los cuadrados perfectos por la presencia del número 4. La tetrayctis contiene similarmente la variedad de lo lineal por contener el 2 (2 puntos distintos determinan una línea); de lo plano, por contener el 3 (3 puntos no colineales determinan un plano); de lo espacial, por contener el 4 (4 puntos no colineales determinan un tetraedro)

El significado y las relaciones entre los números es algo interesante. Por ejemplo: 5 era el número del matrimonio, unión del primer par, 2 (cuando pasó a ser considerado como número corriente) y del primer impar 3. La estrella de 5 puntas era el símbolo de la salud y de la confraternidad pitagórica. El pentágono regular estrellado era el pentagrama pitagórico (en cada punta se escribía una de las letras de la palabra griega salud)

Estrictamente, un número, según la definición atribuida a Tales, es una colección de unidades.

Todas las cosas son número. Una constelación tiene 2 caracteres: la cantidad de astros que la constituyen y la figura que forma en el firmamento: estas son características inmutables (respecto a la edad de un pueblo) y objetivas; se forma una asociación entre tales datos que aparece como natural; así, los números son realidades naturales con propiedades intrínsecas; un número es un arreglo de puntos cuya disposición, no arbitraria, manifiesta propiedades; de ahí la búsqueda incesante de relaciones entre números. Se conocen las cosas mediante las propiedades de los números que les son asignados; una cosa es indeterminada sino es susceptible de tener número. La unidad tiene magnitud, los números también la tienen; así como atributos; y pueden ser causas de las cosas.

En definitiva, algo importante de la relación entre las cosas son los números figurados (Aritmogeometría: relación entre la Aritmética y la Geometría). Razonamiento cuati (por su carácter de medición numérica) y cuali por su carácter de colocarle una característica)

2.2.7 Deducciones causales sobre un sistema o modelo antes de aplicar un procedimiento o método

Pitágoras es el primero en reconocer que toda ciencia consiste en buscar detrás del **caos** aparente de los fenómenos el **orden** de leyes constantes. El cosmos, es la realización de proporciones armónicas, cuya medida y forma es el número.

El famoso Teorema que lleva su nombre, tiene sus raíces en los Babilónicos. Los famosos tripletes Pitagóricos ya fueron descubiertos por ellos. Más Pitágoras, pudo demostrar el Teorema por métodos geométricos, de una manera. No llegó a una demostración formal en el sentido axiomático (esa la realizó Euclides). Por tanto este es un ejemplo de una deducción causal sobre un sistema, antes de aplicar un procedimiento o método.

A pesar de ello, el descubrimiento de raíz cuadrada de dos, (número inconmensurable), era escandaloso para aquella época y nada entendible. Resultó un caos, pero al mismo tiempo pudo descubrir el orden que se encuentra en la demostración sugerida. Se preguntaba: ¿cómo era posible que existan números “no medibles”?

En la actualidad sería también ilógico ir a una tienda y pedir: “Srta. me puede cortar raíz cuadrada de dos metros de tela?”.

Primero: Ella no lo entendería

Segundo: Si lo entendería, no sería posible realizar el corte, porque NO ES MEDIBLE

Hoy en día también resulta complejo el entendimiento de “los irracionales” (lo que no es racional). Si en el siglo XXI es complejo, entonces ¿cómo puede haber sido V A.C.?

2.2.8 Eficiencia acentuada en la aplicación de la solución

Esta característica es específica en Pitágoras, para sus descubrimientos matemáticos. Sin embargo, si pensamos un poco en cuanto a lo acontecido en la Secta, la aplicación de los problemas que tuvieron, pareciera que no fue la más acertada. Pues de serlo, no debía haber permitido que ante los problemas que acontecieron en su Comunidad Pitagórica no los haya frenado.

Es posible que el dominio exagerado de sus creencias haya impulsado a sus discípulos a revelarse, y él no tuvo la suficiente destreza para impedirlo. A pesar de ser un meditador, tratando de encontrar el equilibrio y la perfección, parece que algunos problemas no pudo solucionar.

Con esto no se destierra el hecho de que haya hecho aportes. Mas la mayoría de los relatos de grandes investigadores sobre él adjudican los descubrimientos a sus discípulos y no al MAESTRO. Pero, como era una Secta Secreta, todos los descubrimientos realizados fueron atribuidos a Pitágoras.

Entonces, ¿es posible que haya tenido una eficiencia acentuada a la aplicación de las solución?

Seguramente algunas cosas no podía resolverlas, más el sólo hecho de que muchos descubrimientos realizados por los pitagóricos fueran adjudicados hacia Pitágoras, marca “de alguna manera” el poder que tenía, la autoconfianza, las respuestas que les daba y por ende, la solución ante los problemas que podían existir. ¿Sabía él la solución? Tal vez no! tal vez la sabía de antemano. Si es claro que le era transmitida.

2.2.9 El acceso a un principio activo o guía el acceso a otros.

Pudo crear la Secta Pitagórica lo cual da una visión de cómo podía orientar las metas que se había propuesto, y como fue guía para que otros accedieran al conocimiento.

Sin duda Pitágoras al crear la Hermandad Pitagórica lo hizo con principios muy sólidos. Era una persona muy activa, que no se conformaba con las cosas superficiales. La creación de la Secta, no solamente fue realizada por él para transmitir conocimientos filosóficos sino también matemáticos. Ese es el principio activo que tuvo desde que comenzó sus estudios en Egipto mandado por su maestro Tales.

El sólo hecho de su creación nos muestra que fue un guía para que otros matemáticos pertenecientes a su Secta o Escuela pudieran desarrollarse, de acuerdo a sus saberes previos hasta alcanzar grados mayores.

¿Cuál fue el eje de su pensamiento para la creación de la Seta o Escuela?. A esta Escuela asistían grupos de características muy distintas según el grado de cercanía que tenía al maestro, ó grado de iniciación: el grupo de los exotéricos u oyentes estaba constituido por aspirantes en los primeros años del ciclo preparatorio; los más cercanos eran los discípulos esotéricos, también llamados directamente pitagóricos. La admisión de los aspirantes requería un muy estricto ciclo preparatorio previo a cualquier participación en la sociedad pitagórica, a partir del cual se era admitido en alguna de las categorías de discípulos.

El ciclo inicial pasaba por distintos períodos: primero un examen previo de la familia, educación y carácter del aspirante; luego un período de tres años, durante el cual se observaba si el discípulo tenía verdaderos deseos de aprender; después cinco años de silencio y de vida austera, durante los cuales no se tenía contacto directo con Pitágoras; y por fin, si el aspirante era juzgado digno de ello, se le permitía ver al maestro y asistir a sus lecciones privadas.

Pitágoras estudiaba rigurosamente la vocación de los que llegaban hasta él. Antes de admitirlos en las primeras iniciaciones trataba de leer en sus rostros, de adivinar en su actitud, en su porte, en todos los hábitos y costumbres de su persona, las inclinaciones de su alma, el fondo verdadero de su carácter y las aptitudes propias de su espíritu. A partir de cierto grado de iniciación, los discípulos pasaban a integrar una comunidad poniendo todos sus bienes en el fondo común de la escuela. Vestían hábito blanco, practicaban ayunos periódicos, no comían carne, destinaban gran parte del tiempo a la contemplación y la meditación y se consideraban hermanos entre sí.

El carácter religioso de la asociación pitagórica se manifiesta , entre otros hechos, en que se admitían mujeres, cosa que entre los griegos no se comprendía sino en virtud de fines religiosos.

Se conoce que en la época de apogeo de la sociedad pitagórica unas doscientas familias formaban parte de la comunidad.

LA COMUNIDAD

Pitágoras generó una forma de vida sobre una comunidad cerrada, con reglas comunes y con ideas sobre el alma y la sociedad. Como luego hará Jesús, aglutinó en torno de sí a un grupo de discípulos que participaban de su vida y su doctrina. La fe común lleva a una formación común, siendo sus herramientas el saber y la investigación.

Su grupo seguía prescripciones dietéticas, actuando como partido político y a la vez como secta. El trabajo del grupo (que siguió a Pitágoras) tuvo una serie de crisis. Varios gobiernos aristocráticos establecidos por la liga pitagórica fueron derribados en la baja Italia a mediados del siglo V. A partir de allí surgen varios grupos pitagóricos. Los modernos sincronizan con su tiempo (Arquitas, Aristoxenos de Tarento). Se oponen los antiguos creyentes que apuntan fundamentalmente al credo religioso. Ambos sectores no son puros como el movimiento ideado por su fundador.

La comunidad original era mayormente religiosa con un elemento central que era el culto de Apolo, para purificar la vida presente con vida a la vida futura que esperaban. Varios pensadores romanos indicaron que los primeros cristianos copiaron de los pitagóricos su postura ante la vida que vendría. El más influyente fue Celso.

El antiguo pitagorismo intervino activamente en política, de orientación aristocrática. Lo cierto es que en estos círculos la política y la religión se funden. Como elemento religioso se desprende que las mujeres fueran respetadas en igualdad de derechos con los hombres. Teano, una conocida seguidora, fue esposa de Pitágoras, y le dio dos hijos y una hija.

Los asociados practicaban la amistad y la guarda a ultranza de los secretos comunes. Ni Empédocles ni Jenófanes citan el nombre de Pitágoras cuando hablan de él. Lo misterioso tocaba a lo político. Había una veneración sin límites al maestro. Se lo cubre de dones sobrehumanos (nuevamente el contacto con Jesús).

Se decía de él que una serpiente venenosa que le había mordido, fue muerta por él de un mordisco. En cierta ocasión, estando de pie en el teatro, se descubrieron sus piernas y apareció que uno de sus muslos era de oro. Otra vez fue visto el mismo día en Crotona y en Metaponto.

Había una regla de secreto en la comunidad, y se castigaba severamente a los que divulgaban la doctrina. Por eso muchos estudiosos creen que varias cosas atribuidas a Pitágoras correspondieron a sus discípulos que nunca reclamaron su autoría.

2.2.10 Dominio del Conocimiento específico

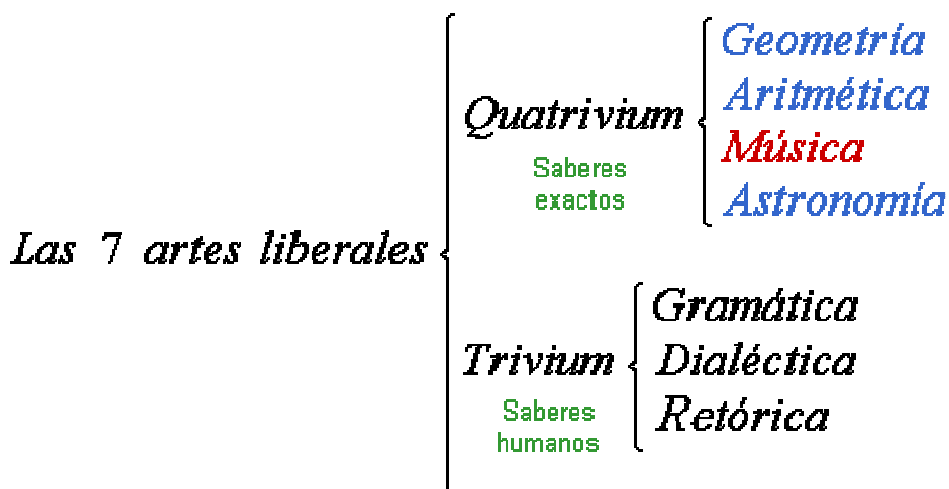
Claramente lo tenía!! Esto se puede observar en sus descubrimientos a través del hallazgo de diversos tipos de números (en el campo científico). No solamente esto, sino en los gnomones (escuadra de carpintero) que lo llegaron a usar como: un calendario, un reloj, mediciones... todas aplicaciones del famoso Teorema. Además la relación que estableció con la Geometría, la Astronomía, la música. Esto deviene de los saberes establecidos en las enseñanzas de la Antigua Grecia.

Dentro del campo de la Astronomía era sorprendente!!. Encontrar “el sonido del universo”.

Y, siguiendo con la Astronomía, ciertos conceptos físicos claramente definidos, acerca de la velocidad con que se mueven los cuerpos.

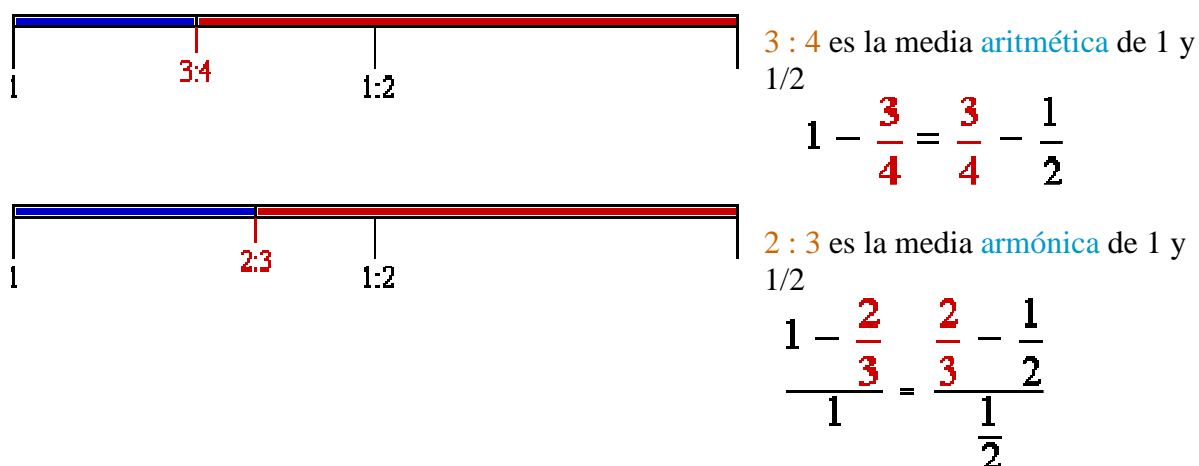
Las siete artes se dividen en “saberes exactos” (Quadrivium o Matemáticas) y “saberes humanos” (Trivium). La música estaba considerada una parte de las matemáticas. Y esto, brinda un conocimiento específico “TODO ES NUMERO”, puede verse en la música. el Dominio de su conocimiento no sólo es centrado en aspectos que la matemática actual considera. Así tenemos²:

² Del sitio: http://www.anarkasis.com/pitagoras/042_quadrivium/



	Matemáticas (el estudio de lo inmutable)			
	Cantidad (lo discreto)		Magnitud (lo continuo)	
	absoluta Aritmética	relativa Música	en reposo Geometría	en movimiento Astronomía
	Quadrivium			

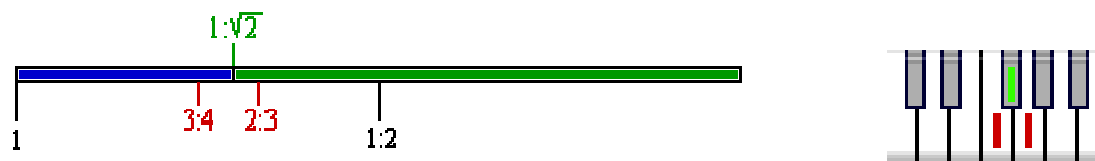
LA ESCALA DIATÓNICA



Pitágoras estaba influenciado por sus conocimientos sobre las medias (aritmética, geométrica y armónica) y el misticismo de los números naturales, especialmente los cuatro primeros (*tetrakis*).

Había experimentado que cuerdas con longitudes de razones $1:2$ (los extremos 1 y 2), $2:3$ (media armónica de 1 y 2), y $3:4$ (media aritmética de 1 y 2) producían combinaciones de

sonidos agradables y construyó una escala a partir de estas proporciones. A estos intervalos los llamó **diapasón**, **diapente** y **diatesaron**. Hoy los llamamos **octava**, **quinta** y **cuarta** porque corresponden a esas notas de la escala pitagórica diatónica (**do**, re, mi, **fa**, **sol**, la, si, **do**).



Las tres medias (armónica, geométrica y aritmética) forman una progresión geométrica. Pero, ¿qué le pasó a la media geométrica?.

¿Fue rechazada por su inconmensurabilidad? ¡Correspondía exactamente al **Fa sostenido** de la escala cromática!

En su lugar, usaron la quinta repetidas veces (**ciclo de quintas**). Cada vez que sobrepasaban la octava, multiplicaban por 2 la longitud de la cuerda para retroceder a la octava original.

SOL (por 2:3) > **RE** (por 2:3) > **LA** (por 2:3) > **MI** (por 2:3) > **SI**

Las longitudes de las cuerdas correspondientes quedan así:

Do	Re	Mi	Fa	Sol	la	si	do
1	8:9	64:81	h 3:4	2:3	16:27	128:243	h 1:2

La proporción entre cada cuerda y la siguiente es de 9:8 (**tono**), salvo en los casos de **fa/mi** y **do/si**, en donde es de 256:243 (**hemitono**). La pauta entre tonos y hemitonos es **2-h-3-h**.

El problema reside en que aplicar dos hemitonos no equivale a aplicar un tono. Además, la distribución de tonos y hemitonos es irregular.

La escala usual se obtiene tomando las dos primeras como las mejores combinaciones (octava y quinta) y repitiéndolas sistemáticamente hasta que vuelvan a coincidir. Resulta entonces que 12 quintas equivalen (**casi**) a 7 octavas.

$$(3/2)^{12} / (2:1)^7 = 1'0136...$$

A la diferencia entre estos dos ciclos se le llamó **coma pitagórica**.

Esta diferencia (que acumulada a lo largo de las octavas produce la coma pitagórica) condiciona la escala "según la nota en que se empiece" (**tonalidad**). Por ello, se crean varios modos distintos. Los más importantes, el modo mayor (a partir de **do**, **2-h-3-h**) y el modo menor (a partir de **la**, **1-h-2-h-2**).

2.2.11 Habilidad para la detección e interpretación de la información

Muchos de los descubrimientos que se adjudicaron a Pitágoras fueron descubiertos por otros matemáticos de su Secta. Inclusive algunos descubrimientos fueron realizados con anterioridad e interpretados por él. Lo cierto es, que lo que se conoce de Teoría de Números tiene sus comienzos con Pitágoras

No sólo podemos pensar en la Teoría de Números, sino también en lo que respecta a la Geometría.

Y, algo que lo ha caracterizado y distinguido es su contribución a la Música.

2.2.12 Capacidad para extraer información

La información que podía extraer, era suministrada por sus antepasados. Esa la logro perfectamente de los Babilónicos. Esta información era luego codificada en “demostraciones”. Veamos una muestra de ello, y de alguna manera la información recolectada.

Demostraciones pitagóricas

Conviene hablar aquí de los tripletes pitagóricos. Estos son números enteros positivos que satisfacen la ecuación

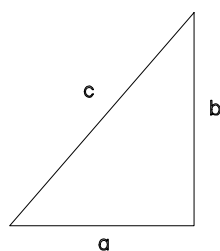
$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (1)$$

Se llaman así, ya que se refieren al teorema de Pitágoras concerniente a un triángulo rectángulo y los 3 enteros nos dan tal triángulo, cuyos lados tienen una relación integral con cada uno de los otros.

La fórmula para encontrar una cantidad infinita de tales triángulos; es decir si m es impar y mayor que 1, se expresa:

$$a = m \quad , \quad b = \frac{1}{2}(m^2 - 1) \quad \text{y} \quad c = \frac{1}{2}(m^2 + 1) \quad (2)$$

Ejemplo^s: $3^2 + 4^2 = 5^2$ $5^2 + 12^2 = 13^2$



Neugebauer ha mostrado que los babilonios supieron de los números de la ecuación (1) y también los de la ecuación (2) alrededor de 1000 años antes de Pitágoras. Así también hay otras formas de expresar los tripletes pitagóricos, como lo mostró Kronecher (algunos identifican al Teorema de Kronecher como la “máquina de generar tripletes pitagóricos”).

Nos preguntamos como y donde Pitágoras descubrió el teorema. El pudo haberlo aprendido de Egipto por las cuerdas tirantes donde había un gran conocimiento de como construir ángulos rectos con un triángulo de cuerda de lados 3, 4, 5, quizás la gran pirámide (2700 a. C) haya sido construida de esta forma.

Otra manera de extraer la información fue a través de sus discípulos, ella sin ninguna duda, fue una gran capacidad que tenía Pitágoras. Extraía la información de sus discípulos, y en muchos casos la apropiaba ó bien los mismos discípulos se la cedían. Ese era el famoso “pacto pitagórico”. Por si no se entiende esto, hay que revisar LA COMUNIDAD.

2.2.13 Eficacia de la Organización de la información, rápido reconocimiento de patrones

Pitágoras organizaba la información que le llegaba a sus manos, ya sea de épocas anteriores o la realizada por sus discípulos. Dicha información era procesada por él, reconociendo claramente los diferentes tipos de informaciones y patrones.

Ejemplo de estas características las podemos observar en los números triangulares, cuadrados, etc. por la forma en que los organizaba y reconocía desde lo Aritmético y Geométrico.

De igual manera, los gnomones, son una consecuencia de los Números Poligonales, y pueden ser claramente vistos en varias partes del documento.

2.2.14 Simplificación, agrupamiento y jerarquización eficiente de la información.

Claramente tenía un dominio de varias cosas, vinculándolas unas a otras. Esto hizo que no sólo se desarrollara en la ciencia matemática, sino que fuera reconocido como un gran filósofo que perduró en el tiempo. De no haber agrupado simplificado, agrupado y jerarquizado la información, sería imposible que haya podido realizar la división de la Matemática en: Aritmética, Geometría, Música y Astronomía.

Incluso no sólo es válida esa jerarquización, sino la que tiene que ver con la parte Mística de su Doctrina.

2.2.15 Percepción acentuada de las propiedades funcionales o estructuras profundas significativas

En filosofía empezó una discusión que ha preocupado desde entonces a los pensadores. Preguntó "¿Cuál es la situación de las entidades matemáticas, tales como los números, en el reino de las cosas?".

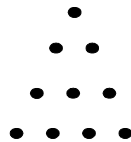
2.2.16 Percepción de patrones significativamente amplio y complejos de ocurrencia rápida que parece tomar la forma de intuiciones

Ejemplos que muestra la percepción de patrones significativamente amplios y complejos de ocurrencia rápida que parece tomar forma de **intuiciones**.

Los nombres número cuadrado, número cúbico, número triangular, etc., llamados “**Números Poligonales**” todos derivan del estudio Pitagórico de la relación entre el número y la forma. Los números triangulares 1, 3, 6,10, etc. son la suma de números consecutivos.

El hecho de que colocara el número 10 como la suma de los cuatro números naturales, es intuitivo y luego toma la forma altamente deductiva.

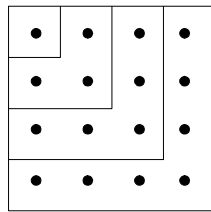
Por ejemplo: $10 = 1+2+3+4$.



La figura, muestra que 10 forma un triángulo. Parece “intuitivo”, pero de una ocurrencia rápida y significativa.

En este caso, la disposición de los cuatro primeros dígitos en forma de pila dibuja un triángulo equilátero, y esto hizo que el número 10 sea “privilegiado”, en la estructura del Universo.

Los números cuadrados 1, 4, 9, 16, etc., son la suma de números impares sucesivos.



Por ejemplo: $16 = 1+3+5+7$

Cada número cuadrado puede derivarse de su precedente añadiendo un borde en forma de L. A este margen se le atribuía gran importancia y se le denominó **gnomon** (escuadra de carpintero).

Luego se advirtió que cada número impar 3, 5,7, etc., era un gnomon de un número cuadrado. Por ejemplo, 7 es el gnomon del cuadrado de 3 para formar el cuadrado de 4. O sea, en la figura se muestra que: el gnomon 7, es el que hay que sumar al 9 (cuadrado de tres), para llegar a 16 (el cuadrado de 4)

Así n es impar y si n^2 es pensado como un gnomon de lado $\frac{1}{2}(n^2 + 1)$ entonces:

$$n^2 + \left(\frac{1}{2}(n^2 - 1)\right)^2 = \left(\frac{1}{2}(n^2 + 1)\right)^2 \quad (2)$$

Esto prueba la ecuación (2) geoméricamente, y el primer caso de esta ecuación es el triángulo egipcio 3, 4, 5, pues 9 es el gnomon del cuadrado de 4 para formar el cuadrado de 5. Esto es: $3^2 + 4^2 = 5^2$

¿Por qué esta variable?. Pues la ocurrencia rápida de poder “visualizar” (en términos matemáticos) los números poligonales, demostrando por medio de éste método “esas características de los números”, pareciera que son intuitivas en el sentido que cuando cualquier persona visualiza un número triangular como está dibujado, podría decir: CLARO! no puede ser de otra manera. Ídem con los números cuadrados. Más ¿Cuan grado de abstracción y de intuición tenía Pitágoras para que las cosas resulten tan fácilmente entendibles?.

Eso demuestra además “ser matemático”. El matemático que es GRANDE, lo es si puede dar a entender “lo que aparentemente resulta difícil y transformarlo en algo fácil”.

2.2.17 Links cognitivos

Pitágoras (y sus discípulos) conocían cuatro poliedros regulares y los asociaron a los cuatro elementos. El tetraedro era el fuego, el cubo la tierra, el octaedro el aire y el icosaedro el agua. Un claro ejemplo de cómo asociaban los conocimientos. En este caso podemos observar “lo perfecto del universo” con la “geometría”, o dicho de otra manera: “relación de los poliedros regulares con los cuatro elementos”. (relación de la geometría con otra rama)

Otros ejemplos: la relación de la Aritmética con la Geometría (Aritmogeometría) y la Matemática y la Música.

Estos son algunos de los que se considera relevantes. Como puede observarse, hay muchos links cognitivos en la mente de Pitágoras.

2.2.18 Identificación y solución de problemas

Identificaba claramente los problemas, dando solución a los mismos. Desde el punto matemático el más relevante es el que equivale al descubrimiento de $\sqrt{2}$. Uno puede observar en la demostración, cual es el problema y cual es la solución planteada entendiendo la demostración.

2.2.19 Habilidad para advertir qué tipo de problema tienen por delante y luego buscar la solución.

Esto puede observarse en los sendos problemas que tuvieron como secta secreta, y la manera de buscar la solución. ¿Cuál era la solución para Pitágoras?. Expulsar a aquellos que divulgaran sus secretos.

Otro tipo de problemas tiene que ver con uno de los más grandes descubrimientos matemáticos: No hay cuestionamiento al hecho que los problemas causados por $\sqrt{2}$ fueron más serios y les trajo más problemas de los deseados. Este descubrimiento obligó a torcer el rumbo de sus investigaciones, abandonando el campo de la aritmética donde los irracionales cerraban paso a todo progreso, y transformando las consideraciones aritméticas y algebraicas en cuestiones de índole geométrico, campo en el cual el siglo IV a. C sorteará aquel obstáculo.

Lo interesante es que esta variable se complementa con otras tales como “Identificación y solución de Problemas”, “procesos de abstracción”, “Pensamiento constante sobre temas y problemas”, “Facilidad en la construcción de modelos que proporcionan las bases para detectar incongruencias y comprobar errores”, “empleo de signos y convenciones”

2.2.20 Categorización abstracta del problema, desarrollando primero soluciones en extensión y luego en profundidad

La crisis de $\sqrt{2}$

El resultado más notable que surgió de las consideraciones matemáticas de Pitágoras y los pitagóricos, por las consecuencias que trajo para el destino de la secta y, podemos agregar, de la matemática toda, es el hoy llamado “descubrimiento de los irracionales”, es decir, el descubrimiento de cosas que para los griegos eran “alogos”, es decir cosas inexpresables; cosas a las que no podía hacersele corresponder ningún número.

La causa del problema es atribuida al mismo Pitágoras, en el teorema que afirma que: la ecuación $2a^2 = c^2$ no tiene solución en los números enteros positivos, o lo que es equivalente, si un cuadrado tiene longitud uno, entonces la longitud de su diagonal es $\sqrt{2}$

Según Aristóteles, la demostración se lanzó como sigue:

Si la razón de la diagonal al lado es conmensurable, supongamos que sea $a : c$, donde a y c son enteros primos entre sí; entonces a y c simbolizan el número de subdivisiones iguales en un lado y en la diagonal del cuadrado respectivamente.

Pero, puesto que el cuadrado de la diagonal es el doble que el del lado se sigue que $a^2 = 2 \cdot c^2$. Luego a^2 es un número par y a también debe ser par. Por lo tanto:

Si $a = 2 \cdot d$ será $a^2 = 4 \cdot d^2$ y en consecuencia $c^2 = 2 \cdot d^2$. Esto dice que c es par.

Esto es imposible, ya que dos números primos entre sí no pueden ser ambos pares. Por lo tanto no puede existir ninguna medida común. Esto es, $\sqrt{2} = c/a$

Esto no es una proporción, por lo tanto desde el punto de vista moderno es un número irracional. Es totalmente "hecho por el hombre", como dijo Kronecker, y así tiene un doble significado filosófico dudoso.

Esto indica un **alto grado de abstracción** en aquella época, más aún si se piensa que la formalización de los "números irracionales" estuvo dada por "las cortaduras de Dedekind"- Dedekind Julius W. Richard (Matemático Alemán; Burnswick, 1831 - Burnswick, 1910. Dio la definición axiomática del conjunto de números naturales y la construcción de números Reales a partir de Cortaduras). Los números irracionales, son los que completan la Recta Real. En la época de Pitágoras se trabajaba con los números naturales y los fraccionarios (números medibles), No se admitía otro tipo de números!.

2.2.21 Monitoreo de los datos, sensibilidad para el feedback informativo

Todo lo que puede leerse en esta sección, marca el "**Monitoreo de los datos, sensibilidad para el feedback informativo**" ¿Por qué?.

Si no se hubiera conocido el Teorema de Pitágoras (el cual fue supervisado, retroalimentado junto a sus discípulos) y todas sus consecuencias, Diofanto no hubiera realizado una generalización, Fermat no hubiera realizado la conjetura y los matemáticos que siguieron no hubieran marcado un camino tan importante en la Historia de la Ciencia. El Teorema en si mismo, es retroalimentado a lo largo de la Historia, por otros matemáticos, por otros expertos! Un feedback que va más allá de la propia época en que vivió. Desde luego, todo lo que Pitágoras monitoreaba y enseñaba, era retroalimentado.

Pitágoras supervisaba todo lo que se hacía. Esto como se dijo en otro momento le daba el carácter de Líder. De todos modos, sensible por la naturaleza, apasionado por lo perfecto, necesitaba la comunicación con sus discípulos para poder alcanzar metas superiores. Así lo hizo, no solamente en el terreno de la Ciencia, (que en varias partes se pueden observar este tipo de feedback informativo, especialmente en sus enseñanzas filosóficas como matemáticas), sino en enseñanzas esotéricas tales como los Versos de Oro, en donde se

transmite sus enseñanzas para la vida misma. En tales Versos, él además de enseñarlos como una filosofía de vida, era la que él practicaba, y por ende supervisaba (monitoreaba) si los miembros de la comunidad seguían sus principios. Son estos Versos de tanta profundidad para la vida misma, que son “actuales” en el sentido de que cada uno de ellos nos enseñan sobre “una filosofía de vida” que nos puede hacer más sensibles, más solidarios, más atentos, más de todo lo que en este momento necesita la Sociedad Actual.

Estos fragmentos, son dignos de leer para cualquier persona, mucho más para un “Educador”

LOS VERSOS DE ORO

- [I] Honra ante todo a Dioses Inmortales tal cual lo establece la ley.
- [II] Venera el Juramento. Venera asimismo a nobles Héros.
- [III] E igualmente a los Iniciados de la Tierra, venéralos, ejecutando lo que dicen las reglas de la Ley.
- [IV] Honra también a tus padres, así como a tus parientes.
- [V] En cuanto a los demás, haz tu amigo al que se distingue por su virtud.
- [VI] Presta atención a sus consejos y a sus virtuosos actos.
- [VII] Evita sentir odio hacia tu amigo por una falta pequeña.
- [VIII] Hazlo así mientras puedas; recuerda que el poder habita cerca de la necesidad.
- [IX] Aprende, pues, por una parte, que estas cosas son así; por otra acostúmbrate a conquistar y superar lo siguiente:
- [X] La gula ante todo; luego la pereza, la lujuria y la ira.
- [XI] Y no hagas jamás nada vergonzoso. Ni con otros ni tú solo.
- [XII] Sino que ante todo respétate a ti mismo.
- [XIII] En seguida ejerce la justicia en actos y palabras.
- [XIV] Y no tomes por hábito el comportarte sin reflexión.
- [XV] Recuerda que morir es el destino de todos.
- [XVI] Y en cuanto a las riquezas, acepta ora el adquirirlas, ora el perderlas; recuerda que las bondades de la fortuna son inciertas.
- [XVII] Respecto a los sufrimientos que los mortales reciben mediante los destinos divinos,
- [XVIII] Soporta con paciencia lo que te toca en suerte, sea lo que sea, y nunca te quejes o indignes.
- [XIX] Aunque será conveniente curarte del mejor modo que puedas, reflexionando de esta manera:
- [XX] Que a las gentes de bien, no muchas de estas cosas da el Destino.
- [XXI] En cuanto a las muchas palabras que salen por la boca de los hombres, buenas las unas, malas las otras,
- [XXII] Ni te turben ni te dejes influenciar por ellas.
- [XXIII] Y si alguna mentira se pronuncia, sopórtala con paciencia y dulzura.
- [XXIV] Y lo que ahora voy a decirte, mucho cuidarás en toda ocasión:
- [XXV] Que nadie con palabras te induzca, ni con actos,
- [XXVI] A hacer o decir aquello que no sea para ti lo mejor.
- [XXVII] Reflexiona antes de la acción para que no se produzca nada censurable.
- [XXVIII] Es, en efecto, propio de los hombres débiles, hablar y actuar irreflexivamente.
- [XXIX] Por tu parte, cumple en realizar aquello que posteriormente no te cause pena o te obligue a arrepentirte.

- [XXX] Absteniéndote siempre de aquello que no conozcas;
[XXXI] Pero aprendiendo todo cuanto te sea necesario, con lo que tu vida será la más dichosa.
[XXXII] No es preciso de la salud de tu cuerpo, tener negligencia.
[XXXIII] Pero en la bebida, el alimento y la gimnasia, que la medida sea observada.
[XXXIV] Llamo medida a lo que nunca te apenará.
[XXXV] Habitúate a llevar el género de vida limpio y decente pero no lujoso.
[XXXVI] Y evita siempre hacer lo que pueda provocar envidia.
[XXXVII] No seas avaro tampoco; en todas las cosas excelentes, guarda la medida.
[XXXVIII] No gastes inoportunamente, como aquel que ignora la decencia y la medida de lo adecuado.
[XXXIX] Haz, pues, aquello que no te perjudique, y reflexiona antes de obrar.
[XL] No permitas que el sueño cierre tus ojos.
[XLI] Antes de haber examinado cada uno de tus actos del día:
[XLII] ¿En qué he cometido error? ¿Qué he hecho? ¿Que no he hecho que debía hacer?
[XLIII] Empezando por el primer punto ve hasta el fin, y en seguida,
[XLIV] Si son cosas vergonzosas las que has cometido, castígate, pero si has obrado bien, alégrate.
[XLV] Practica de este modo con todo tu esfuerzo y medita acerca de ello; es preciso que ames esta práctica con todo tu corazón.
[XLVI] Ella te pondrá sobre las huellas de la divina virtud;
[XLVII] Te lo aseguro por aquel que a nuestra alma ha transmitido la Tetraktis, fuente de la eterna naturaleza.
[XLVIII] Pero sólo emprende una tarea, tras haber rogado a los dioses poder acabarla.
[XLIX] Y habiéndote transformado en el amo de estas cosas,
[L] Conocerás la naturaleza del hombre y de los Dioses Inmortales.
[LI] Y hasta qué punto los elementos se separan y hasta dónde permanecen unidos.
[LII] Y conocerás, en la medida de la justicia, que la Naturaleza es Una y todo es semejante.
[LIII] Con lo que jamás esperarás lo que no puedes esperar ni habrá nada oculto para ti.
[LIV] Y sabrás también que los hombres atraen voluntariamente y por propia elección los males que los aquejan.
[LV] Desgraciados como son, no ven ni alcanzan a comprender que el bien está junto a ellos.
[LVI] Pocos son los que saben librarse de desgracias.
[LVII] Tal es la suerte que extravía el espíritu de los mortales; y como objetos que ruedan,
[LVIII] De una parte a otra van, sufriendo males infinitos.
[LIX] Triste compañera la Discordia, los extravía sin que de ello se den cuenta,
[LX] Innata en ellos, es preciso no excitarla y provocarla, sino por el contrario, ceder para poder evitarla.
[LXI] ¡Oh Zeus padre! De muchos males librarías a los hombres,
[LXII] Con sólo mostrarles de qué divinidad se ayudan.

- [LXIII] En cuanto a ti, ten confianza, puesto que son de raza divina los mortales.
- [LXIV] A quien la naturaleza sagrada presenta la revelación de los misterios ocultos.
- [LXV] Si en ello te interesas, triunfarás en lo que te ordeno,
- [LXVI] Y tras haber curado tu alma, la salvarás de sus penas.
- [LXVII] Pero evita los alimentos que hemos señalado en los libros "Purificaciones" y "Salvación del alma".
- [LXVIII] Utiliza tu razón y examina cuidadosamente cada cosa,
- [LXIX] Dejando que te guíe y dirija la comprensión que viene de lo alto, que es la que debe llevar las riendas.
- [LXX] Luego, tras el abandono de tu cuerpo, si llegas al éter libre,
- [LXXI] Serás inmortal un dios incorruptible. Y la Muerte ya no tendrá sobre ti dominio alguno

2.2.22 Técnicas de control de la solución

La técnica que usaba para controlar la solución era tecnológica. En ese momento se utilizaban las piedritas (cálculos) para poder visualizar lo que se realizaba. Los materiales de aquella época (que no eran computadores, sino justamente piedritas) eran otros, que sin duda, hasta el momento siguen usándose en la enseñanza de la matemática.

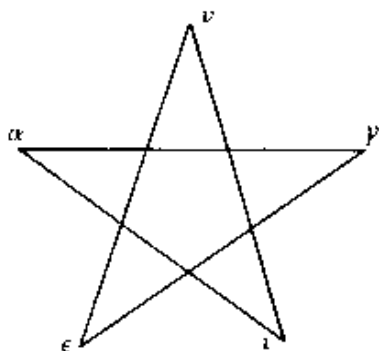
2.2.23 Uso de algoritmos en el proceso de búsqueda y evaluación

Pitágoras era Acusmático y Matemático. Sus discípulos se dividieron entre: matemáticos y acusmáticos, de acuerdo a sus saberes y pensamientos. ¿Cuál fue "el secreto de la esfera de los doce pentágonos"? El "secreto de la esfera de los doce pentágonos" alude a cierta construcción relacionada con el dodecaedro regular que los pitagóricos primitivos deseaban mantener en secreto, como el grueso de su doctrina en general. Parece probable que fue Hipaso mismo este personaje que reveló por primera vez la existencia de longitudes inconmensurables y precisamente a través de un estudio del pentágono regular. Se dice que este descubrimiento "**procede de Pitágoras**". Los Pitagóricos primitivos fueron potentes matemáticos con la estrategia común de atribuir a Pitágoras mismo sus descubrimientos matemáticos.

¿Como pudo tener lugar el descubrimiento de los inconmensurables?. En 1954 Kurt von Fritz publicó un artículo importante, *The Discovery of Incommensurability by Hippasus of Metapontum*, *Annals of Mathematics* 46 (1954), 242-264. De acuerdo con sus investigaciones se puede pensar que fue más o menos como sigue. Pitágoras junto con los pitagóricos primitivos estaban profundamente familiarizados con el pentágono regular. Según parece el emblema que les servía para reconocimiento mutuo era el pentagrama, es decir la estrella de cinco puntas formada por las diagonales de un pentágono regular. En sus cinco vértices solían colocar las letras de la palabra *ugieia*, salud. Las razones de la especial veneración de los pitagóricos por esta figura no es bien conocida.

Las proporciones toman para Pitágoras un hecho muy relevante. Es lo que le dio lugar al descubrimiento de la Música. Por ende, las proporciones son importantes!.. Entonces, ¿cómo no aplicarlas en otras ramas de la matemáticas de la antigua Grecia?.

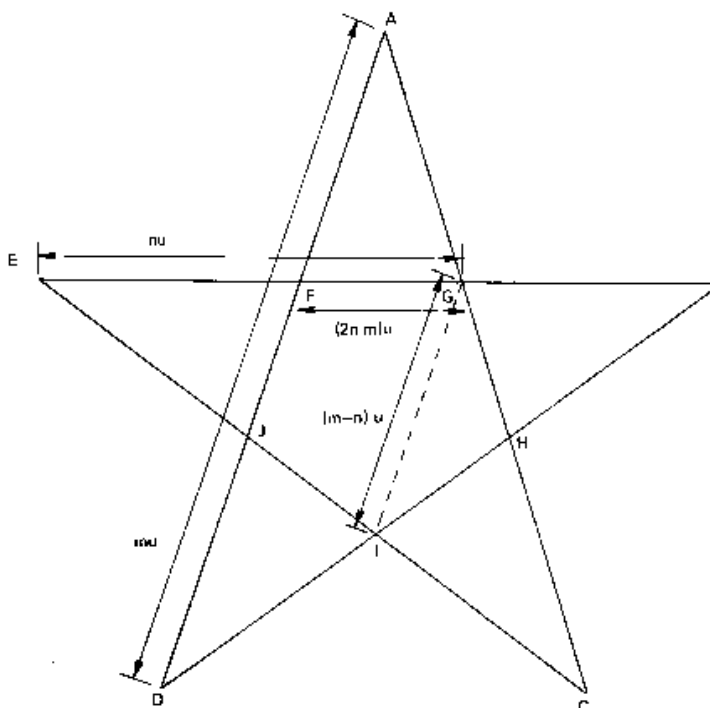
El uso de las Proporciones en la demostración de raíz de dos (Método recursivo – Algoritmo – ABSURDO)



Parece natural que Pitágoras y los pitagóricos se preguntaran sobre la proporción en que se encuentran también los segmentos que aparecen en esta figura.

No es difícil ver, que cada segmento de los dibujados está con el que es inmediatamente mayor exactamente en la misma proporción. El proceso denominado antanaresis, o cancelación de uno y otro lado, que se corresponde geoméricamente con el llamado algoritmo de Euclides para hallar el máximo común divisor de dos números, es idéntico.

Los números lado y diagonal constituyen pares de números formados **recursivamente** que servían a los pitagóricos para aproximar mediante fracciones, cada vez con mayor exactitud, la relación entre la diagonal y el cuadrado, es decir para aproximar la raíz de 2.



Supongamos que los segmentos señalados en la figura por AD y EG son conmensurables es decir que existe un segmento u tal que AD mide mu y EG mide nu . Tratamos de determinar la fracción m/n . Podemos suponer que m/n está en forma irreducible, es decir, suponemos que no existen números naturales, m^* menor que m , y n^* menor que n , tales que $m/n = m^*/n^*$. De la figura misma es sencillo deducir que GI mide $(m-n)u$ y que GF mide $(2n-m)u$. Por otra parte es claro que AD y GI son diagonales de pentágonos regulares de lados $EA = EG$ y GF respectivamente. Por tanto $AD/EG = GI/GF$, es decir $m/n = (m-n)/(2n-m)$. Llamando $m^* = m - n$, $n^* = 2n - m$, hemos obtenido una contradicción con nuestra hipótesis de que m/n era

fracción irreducible. Así nuestro punto de partida de que AD y EG son conmensurables **es falso. UN ABSURDO!!**

Este hecho es de fundamental importancia!! Marca un “estilo de demostración”

La deducción que se ha visto, no es más ni menos que un proceso “**algorítmico**”, y de hecho no es la única que se ha desarrollado. Además, es de notar que no sólo se dedicó a la solución (lo cual genera una “nueva manera de pensar” (el método del absurdo); al uso de los algoritmos, sino que los mismos fueron para la búsqueda de una solución y su posterior evaluación. Dicha evaluación ha sido realizada por los pitagóricos de distintas generaciones.

Así como entre los pitagóricos acusmáticos, como es natural, apenas se pueden distinguir etapas evolutivas, entre los pitagóricos matemáticos que se dedicaron al desarrollo de la ciencia estas etapas se pueden diferenciar con cierta probabilidad. Así Van Der Waerden distingue cinco generaciones en el pitagorismo entre los años 530 -360.

- 1° Generación (530-500): Pitágoras.
- 2° Generación (520-480): Hipaso de Metaponto, Alcmeon.
- 3° Generación (480-430): Matemáticos anónimos.
- 4° Generación (440-400): Filolao, Teodoro.
- 5° Generación (400-360): Arquitas de Tarento.

2.2.24 Pausas para los procesos cognitivos que demandan mayor esfuerzo y menor automatización

En los procesos algorítmicos que utilizó, y en el método del absurdo (al que llegó mediante una falsedad), es un ejemplo de “pausa en los procesos cognitivos y esfuerzo en la automatización. ¿Por qué?. Pues la demostración dada, es altamente deductiva, y desde luego es un descubrimiento que requiere pausa, detención en el proceso mental, evaluación de los hechos, y por lo tanto, luego de practicar reiteradas veces el método llegó a tener forma de “automatización”.

2.2.25 Revisiones y retrocesos

Las consideraciones realizadas en la Geometría Euclidiana, marcan sin duda alguna, la defensa de Euclides hacia Pitágoras. Esto podría interpretarse como un proceso de “**revisiones y retrocesos**”, de acuerdo a lo que Schopenhauer criticó. Más el hecho de la defensa de Euclides por la simplicidad de la demostración marca una “**autorregulación**” del pensamiento Pitagórico. Para entender lo que se dice debemos conocer:

El efecto sobre la geometría

La geometría como una ciencia deductiva, comienza probablemente con los pitagóricos, y por ende con Pitágoras. Se pretendía:

- a) Proyectar una demostración sólida del teorema de Pitágoras y
- b) Proyectar una teoría de proporción sólida, la cual podría tomar cantidades inconmensurables, y por consiguiente reestablecer los importantes resultados concernientes a triángulos semejantes.

Omitiremos 200 años de matemática griega, y examinaremos brevemente las respuestas griegas a los problemas de arriba a) y b), como aparecen en los elementos de Euclides.

Euclides da dos demostraciones de los teoremas pitagóricos, una en el libro I, Prop 47, y otra en el libro VI, Prop 31. La primera demostración no tiene nada que ver con los triángulos semejantes - estos requieren una teoría sólida de proporción, y esto es pospuesto hasta el libro V, donde se da la teoría de proporción de Eudoxo.

En el libro VI encontramos una segunda demostración del teorema pitagórico, similar a la que hemos atribuido a Pitágoras, pero ahora basada sobre la lógica teoría de Eudoxo. No caben dudas que Euclides conocía las demostraciones más primitivas y también que estuvo en desacuerdo con ellas.

Se puede puntualizar que tres importantes peculiaridades de los Elementos, dan testimonio a la demostración pitagórica original y a la subsecuente crisis sobre $\sqrt{2}$.

a) En la enseñanza elemental los "problemas" son a menudo pensados como ejercicios, o como aplicaciones. Euclides no usó cualquiera de los problemas ni para ejercicios ni para aplicaciones. Los problemas son una prueba que cualquier construcción requerida en la demostración de un teorema es verdaderamente posible. El error original de Pitágoras, "hallar la medida común más grande, etc., " no fue repetido.

b) El número es sacado de la geometría. Esto ha sido llamado una peculiaridad de la mente griega - una preferencia para formar en vez de número- una habilidad mayor en geometría que en aritmética, etc. No hay bases para esto. El origen de la matemática griega en Egipto y Babilonia fue definitivamente numérico. La expulsión del número de la geometría fue solamente debida a los problemas causados por $\sqrt{2}$.

c) La demostración de Euclides de I, 47 es raramente apreciada en su contexto histórico. Indudablemente a Euclides le gustaba la simplicidad de la demostración falaz de Pitágoras. Pero posponer una demostración del teorema pitagórico hasta después que la avanzada teoría de Eudoxo pueda ser estudiada es inconveniente. Sin embargo, Euclides da la demostración más elemental que él pudo encontrar, mientras se mantenía tan cerca como le era posible al armazón estructural pitagórico original. Cuando Schopenhauer criticó esta demostración de Euclides de I, 47 "como una demostración de trampa de ratas", "como una demostración caminando sobre zancos", etc., él mostró que tenía poco aprecio de la historia de la matemática y aún de los puntos filosóficos involucrados.

2.2.26 Almacenamiento de soluciones correctas

Las respuestas que consideraba correctas, eran almacenadas no sólo en su memoria, sino en la Comunidad Pitagórica. Ejemplos numerosos del planteamiento de demostraciones pueden visualizarse en este sentido. Para nombrar otros ejemplos, el hecho de **formalizar la música** y poder escribir las "comas pitagóricas"

2.2.27 Bajo número de errores.

Lo que demostró tuvo bajo número de errores, que fueron defendidos por sus seguidores, y también por Euclides. Más, otros matemáticos luego al paso del tiempo fueron incursionando en su filosofía hasta poder implementar un gran número de demostraciones a los Teoremas enunciados por el Gran Pitágoras.

2.2.28 Asignación de tiempo para hacer un análisis cualitativo del problema

Cuántas enseñanzas de Pitágoras dan fe de esto! Incluso el sólo hecho de ser meditador, le da el carácter de “tomarse su tiempo” para el análisis cualitativo de un problema. Sea matemático, o místico. Por ejemplo él decía: *“Como es posible que los mortales no puedan escuchar el sonido del universo?”*.

Tiempo para la meditación acerca de los problemas, tiempo para relacionar las ideas, tiempo para crear una filosofía de vida, tiempo que tiene que ver con datos “cualitativos” . O, ¿es acaso su frase un dato cuantitativo?. Y...¿cuánto valor encierra?. **“El sonido del universo”** indica que el universo se mueve, que el universo tiene música, que el universo está en cada uno de los mortales como algo propio. La frase de Pitágoras, es tan amplia, que cada uno puede interpretarla de diferentes maneras.

Cualquier asignación que demos a esta frase de Pitágoras entra dentro de un análisis cualitativo. Acerca de los problemas, es cuestión de vincularlos. El universo es el todo, el uno es el todo, el uno es un triangular, el uno es la perfección. La música es armonía.

2.2.29 Facilidad en la construcción de modelos que proporcionan las bases para detectar incongruencias y comprobar errores

¿Por qué? Ellos se dieron cuenta de lo encontrado en la demostración y se pone en duda su filosofía. Sin embargo, la demostración dada es altamente significativa porque da una “nueva manera de pensar matemática” el METODO POR EL ABSURDO!

El Teorema fue un shock terrible. Esto implica que en un triángulo rectángulo de 45° (con $b = a$) la hipotenusa y los lados eran inconmensurables. No hay una medida común tal como presumimos en la demostración del teorema pitagórico. Se suceden las siguientes serias consecuencias:

- a) La demostración es falaz
- b) El Teorema es puesto en duda
- c) La teoría de proporción y de triángulos semejantes es puesta en duda.
- d) La filosofía pitagórica es considerablemente debilitada. Si un número (que es un entero positivo) no puede ni siquiera explicar un triángulo de 45° , ¿qué será de temas mucho más transcendentales?.

Sin embargo, la demostración sugerida, es un ejemplo interesante de una demostración indirecta o por reducción al absurdo; y como tal es un paso importante en la lógica de las matemáticas.

2.2.30 Pensamiento constante sobre temas y problemas

Los cuatro poliedros regulares se asociaban a los cuatro elementos. El tetraedro era el fuego, el cubo la tierra, el octaedro el aire y el icosaedro el agua. Esto marca el pensamiento constante y hasta “delirante” en asociar las ideas.

Otro ejemplo interesante desde lo matemático es la “demostración original del Teorema” (como lo expresó Kronecker), pues allí se observa su pensamiento constante en “las

proporciones”, he han sido utilizadas muchísimo. Para Pitágoras la “razón a/b ” es el pensamiento que ha seguido permanentemente en sus creaciones y la solución de problemas.

2.2.31 Búsqueda heurística

Sin duda, Pitágoras fue un constante “buscador” de reglas, ya que su meta era la perfección. Para ello enunció algunas reglas empíricas imperfectas, procedimientos de búsqueda o funciones de evaluación que guiaron a las investigaciones para encontrar la solución. Desde luego mucho de sus enunciados matemáticos fueron probados posteriormente. Utilizó el método de inducción empírica (pues no conocían la inducción Matemática o completa). Esto no significa que “esos enunciados” hoy no puedan probarse con la rigurosidad de la matemática. Es más, fueron fuente de inspiración para que otras ramas de la matemática puedan surgir. Y...si esto fuera poco, el nacimiento de grandes matemáticos a lo largo de la Historia de la Ciencia, que a través del Famoso Teorema y otros resultados, crearon nuevas formas de demostración.

2.2.32 Suelen no saber como resuelven los problemas: muestran habilidades metacognitivas altamente desarrolladas para el control ejecutivo, pero mas limitadas para entender como se logran.

Una característica de este experto es justamente la METACOGNICION, pensar sobre el pensamiento. No sólo sobre su propio pensamiento, de donde surgieron grandes ideas, sino sobre el pensamiento de los otros. Se dice que en sus meditaciones, él concluía: “como es posible que el resto de los mortales no puedan escuchar el sonido del universo”. Este hecho, fue luego tomado por Kepler.

2.2.33 Construcción del vocabulario durante años de práctica

Pitágoras tenía su propio vocabulario, desarrollado durante el funcionamiento de la Secta o Cofradía Pitagórica y sus viajes a Egipto. Estos signos o simbología llegaron a tal, que su vocabulario llegó a traducirse en símbolos. Por Ej. La estrella pitagórica, (la primer diagonal de un pentágono) era el símbolo con el cual se distinguían los Pitagóricos. Estos conocimientos fueron desarrollados por muchos años. El mismo aprendió la Geometría y el esoterismo durante sus estudios y luego pudo ofrecerlos a sus discípulos.

2.2.34 Empleo de signos y convenciones

Signos y convenciones de tipo místico religioso, científicos pueden verse en este experto en forma natural.

Los signos y las convenciones musicales, son un claro ejemplo de ello

La demostración original del Teorema Pitagórico es un ejemplo claro del “**empleo de signos y convenciones**” Más allá que en ese tiempo no existía el álgebra simbólica (sino el álgebra retórica, la demostración sugerida, da pautas de una “convención matemática” que sin lugar a dudas es totalmente superadora. Los signos, que si bien no estaban pautados como los conocemos actualmente, estaban realizados como se estilaba en esa época.

También puede observarse este hecho, en su nueva forma de pensar, la de Reducción al Absurdo.

2.2.35 Amplio vocabulario de combinaciones posibles

El vocabulario empleado se refería a la Aritmética, Geometría, Música y Astronomía. En estas divisiones usaban diferentes vocabularios, aunque esencialmente la filosofía era “todo número”, pero el significado era diferente para cada una de las cosas. Asimismo “otro vocabulario” para las cuestiones religiosas y filosóficas.

2.2.36 Autoconfianza

El hecho de que los descubrimientos no pudieran revelarse al exterior, marca de alguna manera, el exceso de autoconfianza que se tenía para que sus descubrimientos fueran tomados como estrictas **LEYES**.

Por tanto, es clara la autoconfianza en su Doctrina sectaria y en sus demostraciones.

Los pitagóricos eran una sociedad secreta y se dijo que sus descubrimientos se mantenían en secreto. Pero se dice también que las lecturas pitagóricas fueron bien recibidas por la gente del pueblo de Crotona. Sin embargo, contrario a lo que aparece, está claro que el teorema enunciado fue altamente vergonzante. El pitagórico que divulgó este desacertado resultado, se dice que sufrió golpes como consecuencia por lo que no debía decir.

En una fecha posterior sobreviene una nueva dificultad y aunque no fue del mismo carácter crucial puede también considerarse importante. Luego se descubrieron los cuatro poliedros regulares y se asociaron a los cuatro elementos. El tetraedro era el fuego, el cubo la tierra, el octaedro el aire y el icosaedro el agua. Pero Hipassus un miembro de la sociedad, descubrió el quinto poliedro regular, el dodecaedro. Por divulgar este descubrimiento fue también destruido y arruinado.

2.2.37 Creatividad. Distinción entre pericia rutinaria y adaptativa.

Lo importante es que Pitágoras no nos ha presentado un conjunto de conocimientos sobre determinados mirabilia ó sobre la máquina del mundo, sino que ha sido el **creador** de un estilo de vida y ha reunido en torno suyo a un grupo de hombres.

Los Versos Dorados y Los símbolos de Pitágoras constituyen los más antiguos documentos atribuidos al maestro. Se dice que Pitágoras no dejó nada escrito, pero sus discípulos se encargaron de sentenciar en la luminosa prisión del alfabeto aquello que escucharon de labios del maestro. Los versos y los símbolos pitagóricos son la más temprana ética de la filosofía occidental, se trata de preceptos que han de interpretarse a la luz de los misterios de la secta itálica. Son muy bellos aforismos, algunos nos recuerdan los diez mandamientos, y otros, el refranero clásico griego.

La creatividad de Pitágoras con sus famosos Gnomones, fue tan fuerte, que durante la historia de la Ciencia, se puede percibir los mismos en “otra época”. Esta creatividad está dada en este experto desde la razón y desde el corazón! A continuación veremos algunos ejemplos de ello:

- Galileo (1590) encontró que durante segundos sucesivos desde el momento en el cual comienza su caída, un cuerpo cae a través de distancias proporcionales a 1, 3, 7, etc. tal

que la distancia total de caída es proporcional al cuadrado del tiempo. Aquí tenemos números cuadrados surgiendo como suma de los números impares (gnomons!)

- En 1923 L. de Broglie aplicó la invarianza relativista de cuatro vectores a la ecuación de Planck $E= h.v$. Llegó a la conclusión que la onda materia tiene exactamente n períodos alrededor de la circunferencia de la órbita y la interpretación de la estabilidad de los electrones es que ésta constituye una onda estable. Esta concepción fue refinada en la Ecuación de onda de Schrödinger (1926). Aquí hay tres números cuánticos m , l y n correspondiente a la dimensionalidad del espacio. En coordenadas polares las funciones de onda correspondientes a l y m son armónicas esféricas - no Armonía de las esferas - pero muy cercanas a estas. Esto revela además que el entero l puede ser igual a $0, 1, 2, \dots, n-1$ mientras m puede ser igual a $-l, -l+1, \dots, l-1, l$.

Para $n = 4$, por ejemplo, tenemos 16 estados posibles:

valores de m

3	2	1	0	
2	1	0	-1	-1
1	0	-1	-2	-2
0	-1	-2	-3	-3
$l =$	0	1	2	3

Gnomons!

Pero un cuarto número cuántico estaba esperando.

En 1925 Uhlenbeck y Goudsmit descubrieron el spin del electrón. Esto dio origen a un cuarto número s el cual puede tomar dos valores posibles. Cuando esta cuarta coordenada es añadida o agregada con su asombroso girar del pequeño sistema solar por girar los planetas y así simular el tiempo, obtenemos el estado $2n^2$ el cual se corresponde con los períodos en la tabla periódica. Pero debemos distinguir -y también asociar- dos armonías diferentes aquí. En un átomo un electrón puede ir de estado a estado; así dar origen al espectro. Esta es la primera "armonía". Por otra parte a medida que recorremos la tabla periódica, agregando un nuevo electrón cada vez, los nuevos electrones también tomaran diferentes estados cuánticos de acuerdo al principio de exclusión de Pauli (1925). Esto da origen a la Tabla Periódica – la segunda “armonía”.

Más su creatividad es tan asombrosa, que lo que descubrió en Astronomía y Geometría sentó las bases sólidas para la Teoría de la Relatividad. Entonces, hasta podría decirse que Pitágoras fue más que un Astrónomo, fue un Físico. Para entender esto, basta con ver las relaciones entre la Teoría de Einstein con los poliedros y los números:

- Einstein aceptó los cuantos heurísticamente y en 1905 desarrolló la teoría de la relatividad. El experimento de Michelson-Morley (1887) había sugerido que la ecuación de Maxwell debía permanecer invariante a observadores que viajan con velocidades diferentes. Las consecuencias de tal presunción son que el tiempo y el espacio no son tan absolutos ni precisos, sino que están relacionados por la transformación de Lorentz. En las manos de Minkowski (1908) esto condujo al continuo espacio tiempo de cuatro

dimensiones. En esta teoría particular importancia es atribuida a vectores con cuatro componentes. Uno de tales vectores es un desplazamiento espacio-tiempo. Otro, es el vector momento-energía, tres componentes de momento y una de energía. Un tensor asimétrico en este mundo cuatridimensional tiene 6 componentes-cuatro cosas tomadas dos a la vez. El ejemplo más importante es el campo electromagnético -3componentes de campo eléctrico y 3 de magnético.

Esto recuerda al hecho que los Pitagóricos también consideraban el número 4 especialmente importante. Así, el alma está relacionada al fuego, y el fuego es un tetrahedro, y un tetrahedro tiene cuatro vértices y cuatro caras, y es el más pequeño de los poliedros regulares.

Un tetrahedro tiene dos propiedades especiales: es el más pequeño de los poliedros y tiene el mismo número de vértices y caras. Ambas propiedades resultan del hecho que su número de vértices es uno más que la dimensionalidad del espacio. Vamos a admitir, entonces, que el número 4 es importante a Pitágoras por la misma simple razón que 4 es importante a Einstein, $4 = 3 + 1$.

Pero ¿porqué debería ser el fuego un tetrahedro?. Conocemos que la parte espectacular del fuego es el calor radiante y la luz, y que ésta es electromagnética, y que las 6 componentes de este campo son obtenidas tomando las 4 dimensiones de espacio-tiempo dos a la vez. Asimismo, las 6 aristas del tetrahedro unen los 4 vértices dos a la vez, y también son las intersecciones de las 4 caras dos a la vez.

Otro rasgo importante en la “creatividad” son sus famosos “Versos de Oro”

2.2.38 Inducción de principios implícitos a partir de ciertas características de problemas

Pitágoras (570 - 500a.C), nació en la isla griega de Samos, viajó a Egipto y quizás a Babilonia, y fundó una escuela y asociaciones secretas en Italia meridional. La creación de la comunidad pitagórica, y los misteriosos rumores acerca de sus ritos y su influencia, prestan cierta evidencia al hecho de que Pitágoras adivinara, aunque vagamente, **la posible importancia de las matemáticas en la formación de la ciencia.**

2.2.39 Percepción acentuada de las propiedades funcionales o estructuras profundas significativas

En filosofía empezó una discusión que ha preocupado desde entonces a los pensadores. Preguntó "¿Cuál es la situación de las entidades matemáticas, tales como los números, en el reino de las cosas?".

2.2.40 Generación de un número variado de hipótesis plausibles

La relación pitagórica entre música y esferas es menos convincente. Los intervalos entre los 7 "planetas" - la luna, el sol, Venus, Mercurio, Marte, Júpiter y Saturno, correspondían a los siete intervalos en la escala musical. Esto explica la armonía celestial y mostraba que los cielos eran también esencialmente Números. Como los intervalos relativos de los astros correspondían, en sus hipótesis a los de los sonidos de la octava, los pitagóricos concluyeron que en sus revoluciones los astros engendraban una serie de sonidos que constituían una octava: ésta hipótesis es la génesis de la armonía de las esferas, lo más conocido de las doctrinas pitagóricas. A veces, el maestro -Pitágoras- creía llegar a percibir la música celeste,

al igual que 20 siglos después Kepler. Sin embargo ¿Porqué no la escuchan los simples mortales?.

Del mismo modo como el molinero es sordo para el ruido de la muela, así los humanos, acostumbrados desde el nacimiento a la constante música celeste, somos incapaces de distinguirla del silencio - explicaron los pitagóricos, las enseñanzas de su MAESTRO.

2.2.41 Interpretación de los datos a la luz de las hipótesis

Pitágoras, junto con sus discípulos, recogieron y coordinaron todas las concordancias que podían demostrar en los números y en las armonías con las condiciones y partes del universo y con su ordenación total. Un primer resultado de tal coordinación y ordenación fue el advenimiento de la matemática como ciencia, que nace a la sombra de esta concepción metafísica y al lado de esta mística de los números. Por lo menos esto es lo que afirma Proclo al decir: **Pitágoras "transformó el estudio de la geometría en una enseñanza liberal, remontándose a los principios generales y estudiando los teoremas abstractamente y con la inteligencia pura..."**. De ser así, sería mérito inapreciable de Pitágoras , y, de los pitagóricos, el haber convertido el conjunto de los conocimientos matemáticos en una estructura racional deductiva, introduciendo el novedoso recurso de la demostración, nota que caracteriza a la matemática como ciencia y con ella la toma de conciencia plena de su esencia cognoscitiva, inexistente hasta entonces.

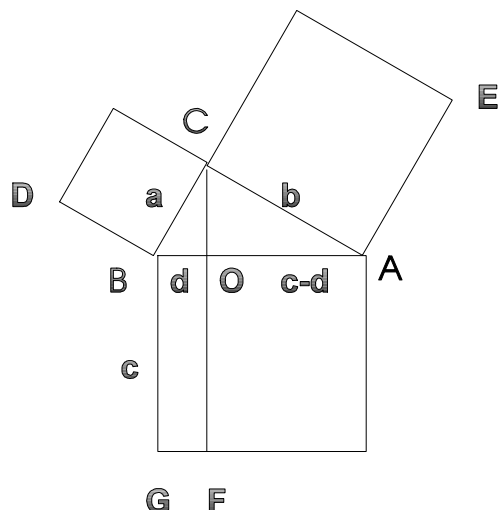
2.2.42 Habilidades metacognitivas altamente desarrolladas

Desarrolló habilidades metacognitivas altamente desarrolladas, pero como bien dicen los historiadores más limitadas para entender cómo se logran. Sino ¿por qué hay diferencias entre la forma en que los historiadores muestran “la posible demostración del Teorema”? . Aquí se muestra “pensar en el pensamiento”, en este caso: “pensar en la demostración del Teorema”; “pensar en su pensamiento matemático”

Surge la pregunta de como Pitágoras probó (o pensó que probaba) el teorema, ya que esta prueba parece ser un paso crítico en los eventos subsecuentes.

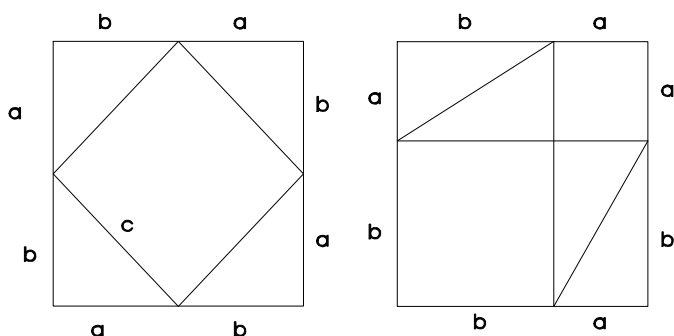
La demostración original se lanzó como sigue: (Observar el USO DE PROPORCIONES)

Dibujar la perpendicular COF. Encontrar la medida común más grande de las cuatro líneas BC, CA, BO y OA. En términos de esta longitud como unidad, dejar las cuatro líneas de longitud a, b, d, y c-d respectivamente. Ya que COB y ACB son ambos ángulos rectos y CBO común, los triángulos CBO y ABC son semejantes. Así **c** es a **a**, como **a** es a **d**. Aquí tenemos un tercer tipo de media, **a** es la media geométrica de **c** y **d** . Esto es: $a^2 = c \cdot d$



De allí que el cuadrado CD es igual al rectángulo OG. Del mismo modo CE es igual a AF y el cuadrado sobre la hipotenusa igual a la suma de los cuadrados sobre los lados.

Un número de historiadores ha dado una opinión diferente: que la demostración de Pitágoras fue una prueba de disección tal como se muestra en las dos figuras de abajo. Un cuadrado de lado $a + b$ puede ser disectado en cuatro triángulos y el cuadrado de c^2 , o en cuatro triángulos y los dos cuadrados a^2 y b^2 .



2.2.43 Autorregulación

El realizó definiciones en la Teoría de Números y en la Filosofía. Las mismas fueron primero probadas empíricamente. En esa época no se conocía un sistema axiomático propiamente dicho, pero la idea principal estaba latente, o sea: derivar unos conocimientos a partir de otros. No puede asegurarse con gran certeza que siempre haya pensado de esa manera, pero que sus procedimientos eran parecidos se puede afirmar por casos análogos.

Desde el punto de la Lógica y la Geometría griega, lo que importa recalcar es el doble proceso efectuado que tiene, por cierto, un nombre célebre desde la antigüedad: análisis y síntesis. La primera secuencia de proposiciones, que lleva de la proposición matemática por establecer a alguna otra proposición matemática incontestable, es el análisis. La segunda secuencia que invierte la primera, es la síntesis; ella constituirá, con primeros principios claramente fijados, la demostración propiamente hablando. Los procedimientos de las Demostraciones Pitagóricas son los que actualmente se utilizan en matemática: **análisis y síntesis**. Además, cada una de las definiciones tenía un significado de acuerdo a su filosofía, y

por ende de acuerdo a su creencia “de lo perfecto”, tenían que ser evaluadas. Esta característica también puede observarse en la forma de vida de los Pitagóricos, los cuales debían cumplir ciertas reglas que estaban estipuladas de antemano, y aquellos que no la cumplían eran expulsados de la Secta.

Esto también se observa en el Efecto de la Geometría.

2.2.44 Uso del procesamiento automático y paralelo

El solo hecho de que resolviera los problemas desde distintos puntos de vista, matemático – místico, hace pensar que Pitágoras tenía un esquema de pensamiento en el cual se conjugan el procesamiento automático y paralelo.

Tomemos un ejemplo para poder entender esto, (sin adentrarnos en ambas filosofías).

Veremos ejemplos de sucesiones de números naturales que operándolas convenientemente, pueden darnos idea de “su forma geométrica”. Además cómo se pueden extender estos conceptos, de lo lineal, a lo espacial. Algo muy importante al pensar que se conjugan dos ideas al mismo tiempo.

Progresión aritmética cuyo primer término es 1 y cuya razón es 3. Se obtiene una progresión aritmética cuyos términos son:

$$1 = 1$$

$$1 + 3 = 4$$

$$4 + 3 = 7$$

$$7 + 3 = 10$$

Estos números no tienen apelativo específico.

Números Pentagonales:

$$1 = 1$$

$$1 + 4 = 5$$

$$1 + 4 + 7 = 12$$

$$1 + 4 + 7 + 10 = 22$$

$$1 + 4 + 7 + 10 + \dots + (3n - 2) = -[n(3n - 1)]/2$$

Números hexaedrales: Son los números espaciales

$$1 = 1$$

$$1 + 5 = 6$$

$$1 + 5 + 12 = 18$$

$$1 + 5 + 12 + 22 = 40$$

$$1 + 5 + 12 + 22 + 35 = 75$$

cuya figura es un hexaedro irregular obtenido al añadir a cada lado de un pentágono regular un triángulo equilátero y al unir los vértices libres de los triángulos añadidos.

Como se conoce ya la forma de los números triangulares y los números cuadrados, y acabamos de ver cual es la forma de los números pentagonales, construimos una tabla que pueda darnos a luz lo que hacía Pitágoras (y sus discípulos).

PROGRESION ARITMETICA CON PRIMER TERMINO 1			
RAZON	LINEALES	PLANOS	ESPACIALES
1 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 ...	Naturales		
1 3 6 10 15 21 28 36 45 55...		Triangulares	
1 4 10 20 35 56.....			Tetraedrales
.....			
2 1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21...	Impares		
1 4 9 16 25 36 49 64 81 100..		Cuadrados	
1 5 14 30 55 ...			Pentaedrales
.....			
3 1 4 7 10 13 16 19 22 25 28 ...			
1 5 12 22 35 50...		Pentagonales	
1 6 18 40 75 125.....			Hexaedrales
.....			

La suma de los números impares genera cuadrados, figuras semejantes a sí mismas, la suma de números pares genera rectángulos, figuras de lados iguales. O si se quiere, la razón entre los lados del cuadrado es la unidad, como no sucede para los lados del rectángulo. Según la interpretación que hace Heath de un pasaje de la Física de Aristóteles. La consideración de tal hecho puede ser el origen de la identificación par – limitado; en la tabla de las oposiciones, están en la misma columna: impar, limitado, cuadrado, frente a: par, ilimitado, oblongo. Parece ser, que se había considerado con atención la secuencia de desigualdades.

$$\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{5}{6} < \dots < \frac{n}{(n+1)} < \dots < 1$$

En la que por una parte, aparecen los infinitos términos, y, por otra, los términos se acercan al valor 1: *“algo así como la búsqueda de la perfección que nunca se alcanza”*

La perfección es el 1, lo que es absolutamente en TODOS sentidos, tiene posición, se llama punto, lo que es divisible en un sentido se llama línea. El 1 (la unidad) es el principio de los números.

Resulta ver fácilmente de la tabla que 1 es “Natural”, “Impar”, “Triangular”, “Cuadrado”, “Pentagonal”, “Tetraedral”, “Pentaedral”, “Exaedral”.

A todo esto se añade: que de las 5 figuras platónicas no pertenecen a Platón: 3 son debidas a Pitágoras, a saber: tetraedro, el hexaedro, el dodecaedro, mientras que el octaedro y el icosaedro son obra de Teeteto (otro Pitagórico).

Este es otro ejemplo de Aritmogeometría. La Aritmogeometría y la teoría musical pitagórica están entre los hechos más salientes de la Escuela Pitagórica y de seguro son **su mayor contribución a la cultura occidental**.

El descubrimiento de la maravillosa correspondencia entre las razones de potencias de números de la tetraktis y sonidos consonánticos hacen visible a los pitagóricos un parentesco, insospechado antes de ello, entre geometría y música. Pero la música se obtiene del fondo de las cosas, al hacer vibrar, como para hacer que se manifiesten.

No toda emisión de sonidos es armoniosa, la armonía resulta solamente al poner límite a o ilimitado, al unificar la multiplicidad de los contrastes, al considerar complejos de sonidos a los que es posible asignar relaciones numéricas.

La matemática Pitagórica es cuadripartita: aritmética y música; astronomía y geometría. Se logra hacer inteligible la música mediante la aritmética; y establecer un puente entre geometría y música; intenta extender la música hasta la astronomía; el resultado es la armonía de las esferas.

Las 4 partes de la matemática quedan intercomunicadas, se alcanza una homogeneidad y todo **“gracias al número”**.

Y, ¿cuál es la relación de **los números con la Astronomía**?

Los cuerpos celestes, producen, como todo cuerpo en movimiento, sonidos. Los cuerpos que se mueven más rápido producen sonidos más altos; los que se mueven más lento están a mayor distancia; los sonidos de los astros, por tanto, dependen de la distancia, es decir del tamaño de sus órbitas; y esas órbitas cumplen estrictas relaciones numéricas. Por tanto, los sonidos de los astros deben ser consonánticos. De allí se origina **“la armonía de las esferas”**.

Si esto no llega a ser suficiente para justificar esta variable, se puede seguir escribiendo acerca del “infinito” concebido por Pitágoras. De allí ver la influencia que tuvo en la época del renacimiento cuando Newton y Leibniz trataban de explicar el “infinito” con la aparición del Cálculo Diferencial. Más ellos no pudieron lograrlo y la Historia tuvo que esperar a Cauchy para que el término “infinito” quede bien definido por Cauchy hacia el año 1817.

Cuanto tiempo a pasado, desde que Pitágoras comenzó con su filosofía numérica y mística! Cuanto tiempo que ha llevado a otros expertos poder entender esos conceptos de la matemática que si nos situamos en la actualidad, muchos investigadores en Teoría de Números y del Cálculo siguen con las puertas aún sin ser abiertas. Muchas sin encontrar aún la llave que les permita entrar en esa “habitación”. Cuantas habitaciones hay aún por descubrir... esas habitaciones son nada más ni nada menos pertenecientes a “La casa de Pitágoras”, y para llegar a ellas, hay que atravesar tremendos laberintos matemáticos, de misterios ocultos, de toda la ciencia.... y sumergirse en el pasado para poder entender el pensamiento de este EXPERTO.

2.2.45 Ofrecimiento de pocos recursos de solución en un lenguaje abstracto y argumentado.

Basta volver a leer el hipervínculo anterior, para darse cuenta con los pocos recursos que se contaba en esa época y poder brindar los resultados grandiosos de Pitágoras a la Comunidad Matemática. Las ideas de suma, de cierto tipo de números, para llegar a resultados fantásticos. Simples piedras, llamadas “Cálculos” que luego fueron ideas para el nacimiento del Cálculo Diferencial. Ideas del Infinito, para entender no sólo el Cálculo sino la idea del universo. El lenguaje es “**abstracto**” desde la matemática pura. No hace falta en una abstracción colocar símbolos como los que se usan actualmente. La abstracción matemática tiene que ver con lo que se imagina la mente, con el nacimiento de las ideas, con aquello que es indivisible, con aquello que se puede percibir, que no se puede tocar.... es como estar en un océano durante largos días y noches, y comenzar a tener “espejismos” de ver TIERRA. No se la ve... a veces se logra sentir su aroma, se la percibe, pero no se la puede tocar. Y... una vez que esa abstracción llegó al estado de la argumentación matemática, entonces... se ha tocado la tierra. El espejismo desapareció y se torna real. Mágico, hermoso, bello, para cualquier matemático, el placer del descubrimiento, es sin lugar a dudas el “mejor alimento para el espíritu”. Y Pitágoras caminaba por ese océano.

2.2.46 Agrupamiento de problemas diferentes identificándolos e integrándolos dentro de los principios que son más predictivos para el método de solución

La propia palabra matemáticas proviene del término griego **Mathema**, que significa *conocimiento*. Se le atribuye a Pitágoras la división de la Ciencia Matemática en cuatro secciones: **aritmética, geometría, astronomía y música**, que constituían la esencia del conocimiento.

Sin lugar a dudas es importante conocer el significado de donde proviene el término “Matemáticas” y cómo fue dividido antiguamente. La música era considerada en aquel entonces “parte de la matemática”.

Actualmente, esa consideración pitagórica no se respeta. Sólo quedó invariante “la geometría”, y el resto fueron modificadas de acuerdo a la evolución de la Ciencia. De allí que es importante conocer como se consideraba antiguamente a esta Ciencia para compararla con la creencia actual.

Al ser considerada la Música como parte de la Matemática, tuvo un lugar preponderante. Tal vez si conociéramos más acerca de estas relaciones, ¿la enseñanza de la matemática no sería tan rígida como suele pensar el imaginario social?

Hoy, Matemática y Música pueden conjugarse muchísimo, no sólo desde los saberes pitagóricos sino de otras ramas del conocimiento matemático (Análisis en Variable Compleja). Entonces: ¿Cómo no insertar este aporte Pitagórico?.

Además, Pitágoras concebía la tierra como una esfera, no por un hecho científico sino por “la perfección”. Nuevamente entra aquí “su filosofía”. Ideas sobre los planetas, fueron luego confirmados por científicos más adelante. (Newton, Einstein, por nombrar algunos).

Lo importante de esta parte de los descubrimientos Pitagóricos da lugar al calendario que se utiliza actualmente. En esta parte, se dan ideas acerca de cómo se concibieron los días, los meses.

La astronomía (una parte de la Física) surge entonces en su inicio con la corriente Pitagórica!

La construcción de las Pirámides es muy bien justificada por el Teorema. Aparece aquí el famoso número irracional (número inconmensurable: NUMERO DE ORO). Este número denotado por Φ , fue utilizado para la construcción de numerosos edificios como el Partenón, por nombrar uno “significativo”. Aquí aparece la relación entre “número y arquitectura”, siempre dotado de las ideas filosóficas de “perfección”

La Aritmética Pitagórica estuvo dividida en dos: Por un lado lo que relaciona con el famoso Teorema y, por el otro con los números triangulares, cuadrados, pentagonales, etc. (Aritmogeometría).

No sólo fueron estos los descubrimientos, sino aquellos vinculados con los Números Primos, Números Perfectos, todos tienen que ver con la “primalidad”.

Entonces... ¿Qué hubiera pasado si Pitágoras no hubiera incluido en su ARITMETICA algunos de estos problemas?. Algunos de los cuales están sin resolver en la actualidad: Por Ej.: ¿Existen infinitos números perfectos primos?. Se sabe (y no es difícil demostrar) que existen infinitos primos, más no se sabe si existen infinitos primos perfectos. Una habitación a la cual aún no se puede entrar, simplemente porque no se encontró la llave de la misma.

Como está expresado en otra sección es imposible dividir estos aspectos desde el punto de vista Pitagórico. Ellos, son sin lugar a dudas, los principios sólidos de donde surgieron los distintos métodos de solución para los numerosos problemas de diversa índole. Cada problema se identificaba primeramente dentro de una de las ramas, y si no se encontraba solución surgía de la conjunción de las otras. Todas agrupadas hacia un mismo fin.

2.2.47 Flexibilidad y adaptabilidad



En cuanto a la flexibilidad y adaptabilidad, Pitágoras lo tenía. Muestras de ello son los retrocesos en la búsqueda de la perfección. Su pasión hacia lo natural, hacia el cosmos, lo llevó a escuchar a sus discípulos que le entregaban sus descubrimientos, adaptándose de esa manera a “otra manera de pensar” que alimentaba el Pensamiento Pitagórico. Llamo Pensamiento Pitagórico, el pensamiento

de Pitágoras y que es transmitido e internalizado por sus seguidores.

Si el hecho que se aceptaran mujeres en la Secta Pitagórica no es flexibilidad y adaptabilidad para poder compartir ideas y pensamientos en el V a.C, entonces ¿Qué podemos decir de aquellos otros expertos que estuvieron presentes en la época de la inquisición y no hicieron nada para que las mujeres puedan estudiar?.

Hasta hace pocos años no se ha generalizado la educación de la mujer y a pesar de ello, en todas las épocas han sobresalido mujeres: Hipatía de Alejandría, Teano, Maria Gaetana Agnesi, Ada Byron, Emmy Noether, Emilie de Châtelet, Sonia Kovalevskaya, Sophie Germain, Carolina Herschelm Young, Elena Piscopia, Maria Ardinghelli, Tarquinia Molza, Cristina Rocatti, Laura Bassi, Aphra Behn, Mary Evershed, Williamina Fleming, Margaret Murray, Carolina Herschel, Maria Mitchel, Maria Cunitz, Elisabetha Koopman, Maria Kirch, Jeanne Dumée, Nicole Lepaute.

Estas mujeres tuvieron, grandes dificultades para ganarse la vida con su trabajo profesional.

TEANO (siglo VI a.C). La primera mujer en la que se tiene noticias fue Teano en el siglo VI a.C. Fue discípula de Pitágoras y se casó con él. Según los historiadores, Teano escribió mucho y se le atribuye tratados de matemáticas, cosmología, medicina, sobre poliedros regulares y sobre la teoría de la proporción, en particular la proporción áurea. Teano, como el resto de los pitagóricos pensaba que el universo estaba regido por el número, ya que en el recibe el orden esencial. Sólo admitían la existencia de los números naturales. Para Teano el número es la esencia del universo. Todo esto junto con su búsqueda de la perfección y de la armonía en las formas en las proporciones la levó a trabajar en el número áureo. Todo lo que pensaba Teano, es “el pensamiento de Pitágoras”, es la base de su doctrina, es crear más sobre la base del Maestro.

Cuando muere Pitágoras, Teano pasa a dirigir la escuela Pitagórica, con la escuela destruida y sus miembros dispersos, pero con la ayuda de dos de sus hijos difundió los conocimientos matemáticos por Grecia y Egipto.

Ella fue aceptada por los Pitagóricos, pero lo que aprendió para difundir fue dado por el MAESTRO Pitágoras.

La lista que se colocó al comienzo de esta sección, indica las mujeres matemáticas a lo largo de la Historia que tuvieron tantos problemas para ser reconocidas. Incluso en la actualidad, no se las conoce como tales. El imaginario Social cree que no hay mujeres matemáticas que puedan ser calificadas como EXPERTOS. Realmente ¿es así?. Considero que NO.

Este sólo hecho, más allá de otros que se han descrito en el documento, validan la flexibilidad y adaptabilidad hacia cambios profundos. Cambios que tienen que ver con la propia existencia del ser, de la humanidad.

2.2.48 Corrección de dificultades

Pitágoras estaba atento a todo lo que acontecía. Por ende, en las demostraciones matemáticas, en la formalización de la Música, en sus relaciones con la Geometría, en la Astronomía, en los aspectos místicos de su doctrina, estaba permanentemente midiendo cuali y cuantitativamente las dificultades que ocurrían. No es fácil llevar adelante tanto conocimiento que a la vez se relacionan entre sí. Su pensamiento fue constantemente el de “la búsqueda a la perfección” y por lo tanto, ante una dificultad que se le presentase, trataba de corregirla.

Esta característica es tan importante que es tomada como modelo para el pensamiento de matemáticos.

Teorema de Fermat – Wiles: dos hombres, dos matemáticos apasionados por la Teoría de Números. Ambos estudiosos de la Aritmética de Diofanto, y, Diofanto estudioso de Pitágoras

y sus seguidores. Entonces... ¿Qué podemos decir acerca del Teorema?. El Teorema sienta bases sólidas matemáticas, que en su momento se trataron de corregir. Algunas pudieron ser salvadas, otras no. Entonces, es un simple Teorema, que no abarca más que una simple aplicación?. NO... Hay muchas demostraciones del mismo. Algunas son del tipo netamente geométrico (tal como lo era el estilo de Pitágoras), otras son algebraicas, y otras sobrepasan la Geometría de Euclides para entrar en “otras geometrías”. El que no conozca de la historia de la Ciencia, pensaría que vivieron en la misma época. Sin embargo dista de ellos más de 350 años de Historia de la Matemática y muchos intentos fallidos de la demostración del Teorema. Dos nombres que se unen en un teorema y de distintos tiempos. Más, ¿cuál es la importancia del tiempo?. Maravillo es el hecho de poder unir a dos mentes de distintas épocas para un mismo fin.

Desde mi visión, de no haber existido Pitágoras, estas dos mentes matemáticas jamás hubieran estado unidas en UN TEOREMA. Más que eso, de no haber entrado en la mente de otros matemáticos, el “Teorema de Pitágoras”, hubiera quedado como cualquier otro teorema en un espacio de un libro y de ninguna manera se hubiera podido desarrollar “creaciones matemáticas”. Por lo tanto, Pitágoras sigue latente en el pensamiento de las ideas de otros matemáticos. O sea, Pitágoras fue: **intuitivo, creativo, empleo signos, codificó configuraciones, hizo búsqueda heurística, tuvo bajo número de errores, revisó, retrocedió, corrigió dificultades, interpretó hipótesis, construyó vocabulario...** No solamente durante el siglo V a.C, sino a través de su filosofía que fue transmitida a otras generaciones de expertos que alcanzaron “otras metas”. El sigue presente en el razonamiento de muchos matemáticos, y desde luego fue y sigue siendo un EXPERTO, siguiendo los lineamientos de las Características de los Expertos.

2.2.49 Automatización de aspectos del desempeño que los exime del control consciente

Los famosos tripletes pitagóricos pueden calcularse siguiendo la fórmula del Teorema.

Esta fórmula es como “una maquinita de fabricar tripletes pitagóricos”. Uno coloca números m , n enteros positivos y encuentra a , b , c enteros positivos. El primer triplete es (3, 4, 5), coprimos entre sí. El hecho de que una vez encontrada la fórmula (que fue descubierta por los Babilónicos como ya lo dijimos), es probable que haya producido una especie de automatización, y de esa manera pudieron calcular tripletes. Más que eso, el hecho de aplicar el Teorema, una vez demostrado, hizo que no se dieran cuenta de que colocando $a = 1$, $b = 1$, el resultado de la hipotenusa es un inconmensurable.

La repetición de este tipo de actividades, marcó una automatización asombrosa: El descubrimiento de lo inconmensurable, de lo “no medible”. El descubrimiento más grande realizado por Pitágoras.

El control consciente queda eximido. Como consecuencia de ello, es posible que ocurriera la ruptura del Pensamiento de Pitágoras. Este hecho no los lleva a sucumbir en la Historia del Pensamiento y de la Matemática. El Teorema sigue latente en sendas aplicaciones y hay que conocer acerca de las mismas.

Una aplicación del mismo, es una manera de calcular el área de triángulos rectángulos como lo hizo el mismo Pitágoras y en procesos computacionales (hoy vigentes). Pero, no podemos olvidar que estos descubrimientos pueden aparecer desde el punto de vista de “la matemática formal”, y poder encontrar una “maquina de construir tripletes pitagóricos”. Estas están

escritas en esta parte del documento, pero incluyen además formas para aproximaciones: esto es, no se trabaja solamente con “Números Enteros”.

2.2.50 El modelo es parte de la representación del problema, una descripción global de características importantes que permite deducciones acerca de los objetos y relaciones que van más allá del enunciado

Pitágoras enseñaba que las entidades matemáticas, como los números y las formas, eran la materia última de que estaban compuestas las entidades reales de nuestra experiencia sensible. Pero sin duda había dado con una noción filosófica de importancia considerable; una noción que tiene una larga historia y que ha conmovido las mentes humanas, y que incluso ha entrado en la teología cristiana.

Las especulaciones filosóficas de Pitágoras han llegado a nosotros a través de Platón. El mundo Platónico de las ideas es la forma revisada y refinada de la doctrina pitagórica de que el número es la base del mundo real. Pitágoras, sin duda alguna, incluía, la formalidad de las formas, que es una entidad de matemáticas impura. En el siglo XX, cuando Einstein y sus seguidores proclaman que los hechos físicos como la gravitación, deben ser interpretados como descripciones de peculiaridades locales de las propiedades espacio-temporales, están siguiendo la pura tradición pitagórica. En cierto sentido Platón y Pitágoras están más cerca de la física moderna que Aristóteles. Entre la época que va de Pitágoras a Platón y el siglo XVII de la época moderna, pasaron casi dos mil años. En este largo intervalo las matemáticas dieron pasos inmensos. Sin embargo, estos progresos se limitaban a cuestiones de técnica. La matemática, como elemento formativo en el desarrollo de la filosofía, nunca se recobró, durante este largo período, de su postergación a manos de Aristóteles. Algunas de las viejas ideas derivadas de la época pitagórico-platónica perduraron y pueden ser rastreadas entre las influencias platónicas que marcaron el primer período de la evolución cristiana. Pero la filosofía no recibió nueva inspiración del lento avance de la ciencia matemática. En la época de Galileo, Descartes, Spinoza, Newton y Leibnitz las matemáticas tuvieron una influencia de primer orden en la formación de las ideas filosóficas.

Pero la matemática, que entonces adquirió cierta preeminencia, era una ciencia muy distinta de la matemática de la época anterior. Había ganado en generalidad y había empezado su casi increíble carrera de acumular sutilezas de generalización y de encontrar, con cada aumento de su complejidad, alguna nueva aplicación, ya sea en la física o en el pensamiento filosófico.

Verdaderamente, si Pitágoras hubiera podido prever el resultado del proceso de pensamiento que había puesto en marcha, se hubiera sentido plenamente justificado en su comunidad con la exaltación de sus ritos misteriosos.

La matemática fue la base del pensamiento imaginativo con el cual los hombres de ciencia procedieron a observar la naturaleza. Tanto Galileo como Descartes, Huyghens y Newton crearon fórmulas. Como ejemplo concreto del efecto del desarrollo abstracto de la matemática sobre la ciencia de aquella época, consideremos la noción de periodicidad. Los días, las fases lunares, las estaciones del año se repiten, los cuerpos rotacionales vuelven a sus posiciones iniciales, los latidos del corazón se repiten, la respiración se repite. Hallamos repeticiones en todas partes. Sin ellas el conocimiento sería imposible, ya que nada podría ser referido a una experiencia pasada. Además sin una cierta regularidad en la repetición, la medición sería imposible. En nuestra experiencia, a medida que adquirimos la idea de exactitud, la repetición es fundamental.

En los siglos XVI y XVII, la teoría de periodicidad pasó a ocupar un lugar fundamental en la ciencia. La historia de la ciencia del siglo XVII podría parecer un sueño vivaz de Platón o de Pitágoras. En cuanto a esta característica el siglo XVII fue sólo una anticipación de los que le siguieron.

En el siglo XIX, la influencia matemática se desvaneció. Pero esto no significa que las matemáticas se descuidaran. Durante el siglo XIX la matemática pura hizo casi tantos progresos como durante todos los siglos anteriores desde Pitágoras. Naturalmente el progreso era más fácil ya que la técnica había sido perfeccionada. El cambio en la matemática entre 1800 y 1900 fue muy notable. Si añadiéramos los cien años anteriores, y tomáramos los dos siglos anteriores a nuestro tiempo, estaríamos casi tentados de fechar la fundación de la matemática en algún momento del último cuarto del siglo XVII. El período de descubrimiento de los elementos se extendería desde Pitágoras hacia Descartes, Newton y Leibniz y la ciencia desarrollada habría sido creada en los últimos doscientos años. Pues, **es más difícil descubrir los elementos que desarrollar una ciencia**. Y, Pitágoras “descubrió los elementos”.

Al revisar la influencia de la matemática a través de la historia europea, vemos que tuvo sobre el pensamiento general dos grandes períodos de influencia directa, ambos de unos doscientos años de duración. El primer período fue el comprendido entre Pitágoras y Platón, cuando la posibilidad de la ciencia y su carácter general aparecieron por primera vez en los pensadores griegos. El segundo período comprendió los siglos XVII y XVIII de nuestra era. Ambos períodos tienen ciertas características comunes. En la época de Pitágoras, el paganismo, con sus mágicos ritos, estaba pasando a una nueva fase bajo dos influencias. Había olas de entusiasmo religioso, suscitado por la búsqueda de la iluminación directa en las secretas profundidades del ser; en el polo opuesto estaba el despertar del pensamiento crítico analítico, que examinaba con frío desapasionamiento hasta los elementos más recónditos. En ambas influencias, tan distintas en su forma, había un elemento común: una curiosidad despierta, y un movimiento hacia la reconstrucción de las formas tradicionales.

Los misterios paganos se pueden comparar con las reacciones puritana y católica; el interés crítico científico era igual en las dos épocas, aunque con diferencias importantes.

El estilo de pensamiento contemporáneo conserva con bastante fidelidad muchos rasgos del pitagorismo inicial. Verdaderamente *Pitágoras, al fundar la filosofía y la matemática europeas, las dotó con la más afortunada de las adivinaciones afortunadas*; o ¿fue quizás un destello de genio divino que penetró hasta la más recóndita naturaleza de las cosas?

3. Justificación de los rasgos del Experto desde los marcos teóricos de la memoria

Características del Experto

Si lo anteriormente señalado no alcanzara para justificar que Pitágoras “es” un EXPERTO, considero válido hacer otras aportaciones.

Dichas aportaciones, son realizadas del análisis de la bibliografía consultada y considerando que sin ellas sería imposible poder analizarlas.

Es posible que algunas de las variables no sea del todo clara, si el lector no conoce la forma de razonamiento matemático. En matemática se razona Inductivamente y Deductivamente. Es más desde el punto de vista Inductivo (desde que se conoce el Principio de Inducción como método de demostración), dentro de él hay una deducción. O sea: p implica q .

Las Inducciones de tipo empíricas también son seguidas por los matemáticos. En realidad es lo primero que se hace para poder inferir una proposición (sea verdadera o falsa). Este tipo de Inducción es la que se realiza en las Ciencias Fáticas, y, la Matemática no queda exenta de ellas cuando comienza el “surgimiento de las ideas”. La diferencia entre una y la otra es que para la matemática, “no alcanza” con los procesos empíricos, de experimentación, necesariamente exige UNA DEMOSTRACION.

Las demostraciones son de diferente naturaleza, desde la antigüedad hasta el momento. Y... una demostración que fue hecha en la antigüedad es aceptada por los matemáticos actuales, siempre que dentro de ella exista el método.

Pitágoras precursor de una filosofía altamente desarrollada, vigente hasta nuestros días, supo retener y recuperar la información (como se ha señalado en los ítems anteriores)

Si tenemos que hablar acerca de su “memoria”, hay que decir que tuvo Memoria:

Variedades de la memoria (Tulving (1968))

- **Memoria Episódica:** ya que pudo recordar sus experiencias en el antiguo Egipto, lo aprendido, su contexto ambiental, para luego aplicarlo posteriormente en Trotona.
- **Memoria Semántica:** Almacenó la información sobre propiedades matemáticas, místicas, esotéricas, todas ellas vinculadas y en determinados lugares. En la época en que él vivió, la única manera de transmitir los conocimientos era mediante el álgebra “retórica”, lo cual significa que se transmitía en forma verbal ó bien mediante escritos en forma coloquial. De esa manera, según algunos autores podemos decir que tuvo una “memoria objetiva”.

Según su duración

- **Memoria a corto plazo (MCP):** Como todo ser humano, tenía memoria a corto plazo, pero con una gran ventaja. El hecho de realizar demostraciones se refrescaban continuamente. De esta manera este tipo de memoria se convierte en la memoria a largo plazo (MLP), de allí que pudo resolver problemas, y lograr una memoria operativa o memoria de trabajo.
- **Memoria a largo plazo (MLP):** De no tener una memoria a largo plazo, no hubiera podido relacionar episodios, reglas, objetivos que para él estaban muy claros desde la creación de la Secta Pitagórica. Desde luego que puede apreciarse un dinamismo total en todas las tareas que ha llevado a cabo y que hizo llevar a sus discípulos “los pitagóricos”.

De esta manera:

- Tuvo memoria primaria (MCP), pues la información que entraba a su mente era procesada y registrada.

- Una información que entraba a su mente, era seguida de otra con mayor grado de complejidad. De esa manera pudo codificar la memoria episódica a largo plazo.
- No sólo tuvo una memoria repetitiva, sino que pudo a través de sus hipervínculos lograr puntos de coincidencia entre hechos matemáticos, místicos y esotéricos.
- Su filosofía “todo es número”, ya indica que los elementos de representación primaria han sido conservados por largo tiempo. En realidad estuvo en su mente hasta su muerte.

El largo camino recorrido por Pitágoras, desde sus comienzos como matemático (alumno de Tales de Mileto), fueron creciendo (desde su pasaje por Egipto hasta establecerse en Trotona donde falleció). Evidentemente, su obsesión hacia la perfección y el “principio de todas las cosas” hizo que fuera evolucionando tanto en experiencia como en grado de competencia cognitiva. Pudo agrupar, seleccionar, jerarquizar la información mediante nodos en los aspectos relativos a la Ciencia, y, controlados en cuanto a su aspecto Místico – Religioso. Más es importante destacar, que estas dos corrientes se complementan y retroalimentan permanentemente. Es como pensar en “redes asociativas”, “redes de significados” que conectan los nodos con los elementos de control.

¿Sabía Pitágoras que es lo que conocía y que es lo que no conocía?. El sabía de su propio conocimiento, y como un buen investigador se daba cuenta de lo que le faltaba conocer. De otro modo ¿cómo podría ser que haya avanzado tanto en sus aportes a la Ciencia y a la Filosofía?.

En cuanto a la “metamemoria” se puede decir que:

- Tuvo sensibilidad para recordar, adaptarse a las circunstancias, transmitió la información... Y... DE QUE MANERA!!. Como se ha explicado, algunos investigadores llegan a decir que puede confundirse “Pitágoras” con “Pitagóricos” y de esa manera poder recuperar información que le era suministrada por sus discípulos.
- Conoció las influencias y el modo en que operan la cantidad y la calidad de la persona – información en muchísimas tareas. Ello le permitió darse cuenta de lo que sabía, de lo que podía aprender de sus discípulos, de otras fuentes (como los Babilónicos). Tuvo gran poder de concentración, abstracción, almacenó la información, la procesó, recuperó lo que le hacía falta, hizo ensayos (Método Inductivo) y logró estrategias para ayudarse a sí mismo, como a los demás. No puedo decir con certeza si realizó mapas conceptuales (tal como lo conocemos en la actualidad), pero de hecho, si no los hubiera hecho, al estilo de los antiguos griegos, hubiera sido imposible que desarrollara: notaciones, símbolos, creatividad, autoconfianza, etc.

Sobre las actividades metacognitivas: Kluwe (1982)

- Conoció su propio pensamiento y el de los Pitagóricos. No podía ser de otra manera, ya que si no conocía el de sus seguidores, era imposible que pudieran acceder a la Cofradía (Secta – Escuela) Pitagórica.

- Monitoreaba y regulaba su pensamiento, ya que tanto en sus meditaciones como en el modo de resolver los problemas podía llevar registro de lo que “faltaba”, de lo que “no servía”, de “lo importante en la vida”, de “la propia esencia de todas las cosas”
- Estas variables, al ser un matemático y filósofo de gran talla, ejerciendo además las relaciones humanas era capaz de llevar a cabo procesos de solución de problemas específicos (de acuerdo a las circunstancias). Las soluciones, sin lugar a dudas representan un claro ejemplo de “procesos ejecutivos” que fueron reconocidos por sus discípulos de su época, y sus seguidores hasta el día de la fecha.

Fue metódico. De lo contrario no hubiera podido llevar adelante la Secta. Sus conocimientos fueron exhaustivos buscando la perfección, una búsqueda constante hacia ella.

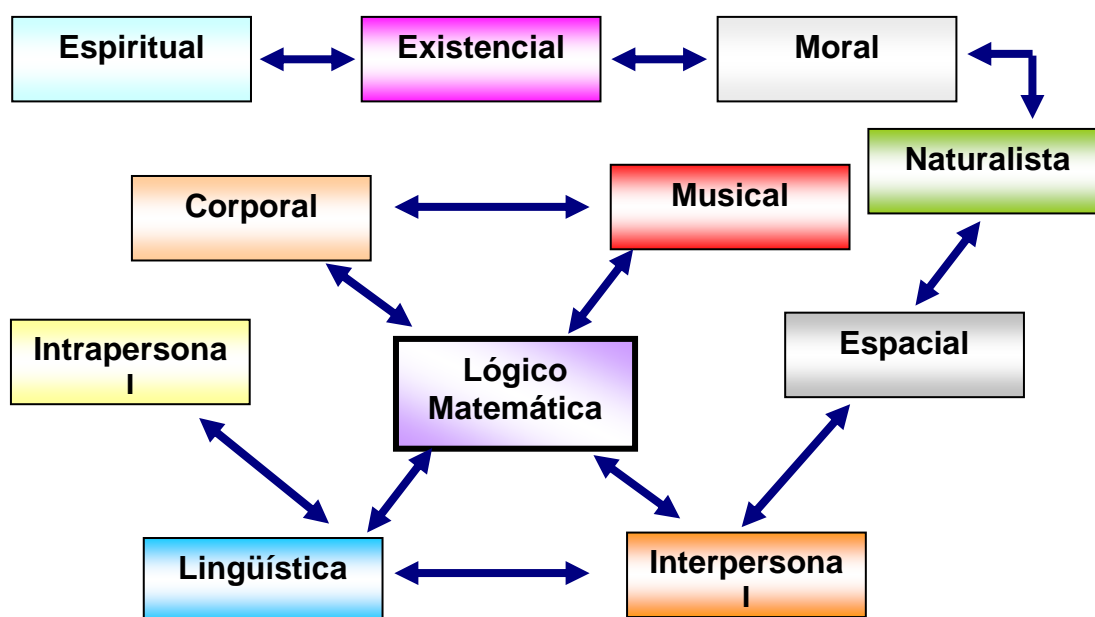
4. ANALISIS DE RASGOS DEL EXPERTO A LA LUZ DE DE LA TEORÍA DE LAS INTELIGENCIAS MÚLTIPLES

Según la Teoría de las Inteligencias Múltiples de Howard Garder, se define la Inteligencia:

“Es el conjunto de capacidades que le permiten al hombre resolver problemas y elaborar productos que serán valorados en una cultura o una comunidad”

De acuerdo al estudio realizado del experto Pitágoras, considero apropiado realizar el estudio de su Inteligencia dentro del marco de H.Garder.

Analizando el marco teórico y las connotaciones de Pitágoras, me ha parecido conveniente realizar un mapa conceptual en el cual puede visualizarse como se relacionan los distintos tipos de inteligencia.



Todas están interconectadas. Para ir de una variable a la otra, basta seguir el camino de una flecha.

TIPOS DE INTELIGENCIA

4.1 Inteligencia Lógico – Matemática (EXPRESA)

4.1.1. Percibe los objetos y su función en el ambiente.

Los cuatro poliedros regulares se asociaban a los cuatro elementos. El tetraedro era el fuego, el cubo la tierra, el octaedro el aire y el icosaedro el agua. Esto marca el pensamiento constante y hasta “delirante” en asociar las ideas.

Los objetos son: “**los poliedros regulares**”, su función en el ambiente son: “**fuego, tierra, aire, agua**”

Familiarizado con los conceptos de cantidad, tiempo, causa y efecto.

En la tabla puede observarse, conceptos e cantidad, causa y efecto (ver TP3):

PROGRESION ARITMETICA CON PRIMER TERMINO 1			
RAZON	LINEALES	PLANOS	ESPACIALES
1 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 ...	Naturales		
1 3 6 10 15 21 28 36 45 55...		Triangulares	
1 4 10 20 35 56			Tetraedrales
.....			
2 1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21...	Impares		
1 4 9 16 25 36 49 64 81 100..		Cuadrados	
1 5 14 30 55 ...			Pentaedrales
.....			
3 1 4 7 10 13 16 19 22 25 28 ...			
1 5 12 22 35 50 ...		Pentagonales	
1 6 18 40 75 125			Hexaedrales
.....			

La suma de los números impares (**concepto de cantidad y causa**) genera cuadrados, figuras semejantes a sí mismas (**efecto**), la suma de números pares (**cantidad y causa**) genera rectángulos, figuras de lados iguales (**efecto**). O si se quiere, la razón entre los lados del cuadrado es la unidad, como no sucede para los lados del rectángulo. Según la interpretación que hace Heath de un pasaje de la Física de Aristóteles: la consideración de tal hecho puede ser el origen de la identificación par – limitado (**cantidad – tiempo**); en la tabla de las oposiciones, están en la misma columna: impar, limitado (**cantidad – tiempo**), cuadrado, frente a: par, ilimitado, oblongo. Parece ser, que se había considerado con atención la secuencia de desigualdades.

$$\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{5}{6} < \dots < \frac{n}{(n+1)} < \dots < 1$$

Este concepto nos dice que la sucesión de esos números es “decreciente”. En la que por una parte, aparecen los infinitos términos, y, por otra, los términos se acercan al valor 1: *“algo así como la búsqueda de la perfección que nunca se alcanza”*

La perfección es el 1, en TODOS sentidos, tiene posición, se llama punto. El 1 (la unidad) es el principio de los números.

Además subyace aquí el concepto de **“infinito”** (tiempo), y **finito** (tiempo). Tiempo limitado (finito) y tiempo ilimitado (infinito).

Resulta ver fácilmente de la tabla que 1 es “Natural”, “Impar”, “Triangular”, “Cuadrado”, “Pentagonal”, “Tetraedreal”, “Pentaedreal”, “Exaedreal”. Otro ejemplo de concepto de cantidad (por el número de caras de los poliedros) con causa – efecto.

El descubrimiento de la maravillosa correspondencia entre las razones de potencias de números de la tetraktis y sonidos consonánticos hacen visible a Pitágoras un parentesco entre geometría y música. Aquí la cantidad es **10**, el tiempo es **el que emiten los sonidos consonánticos**, la causa – efecto es la **tetraktis** (símbolo pitagórico, la estrella de las 5 puntas)

No toda emisión de sonidos es armoniosa, la armonía resulta solamente al poner límite a lo ilimitado, al unificar la multiplicidad de los contrastes, al considerar complejos de sonidos a los que es posible asignar relaciones numéricas. Nuevamente relación de conceptos de cantidad, tiempo, causa – efecto.

La matemática Pitagórica es cuatripartita: aritmética y música; astronomía y geometría. Se logra hacer inteligible la música mediante la aritmética; y establecer un puente entre geometría y música; intenta extender la música hasta la astronomía; el resultado es la armonía de las esferas. Lo importante de estos descubrimientos Pitagóricos dan lugar al calendario que se utiliza actualmente, esto es, da idea acerca de cómo se concibieron los días, los meses.

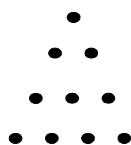
4.1.2. Usa Símbolos abstractos para representar objetos y conceptos

Proclo afirma: **Pitágoras “transformó el estudio de la geometría en una enseñanza liberal, remontándose a los principios generales y estudiando los teoremas abstractamente y con la inteligencia pura...”**. De ser así, sería mérito inapreciable de Pitágoras , y, de los pitagóricos, el haber convertido el conjunto de los conocimientos matemáticos en una estructura racional deductiva, introduciendo el novedoso recurso de la demostración, nota que caracteriza a la matemática como ciencia y con ella la toma de conciencia plena de su esencia cognoscitiva, inexistente hasta entonces.

Los nombres número cuadrado, número cúbico, número triangular, etc, llamados **“Números Poligonales”** todos derivan del estudio Pitagórico de la relación entre el número y la forma. Los números triangulares 1, 3, 6, 10, etc. son la suma de números consecutivos.

El hecho de que colocara el número 10 como la suma de los cuatro números naturales, es intuitivo y luego toma la forma altamente deductiva.

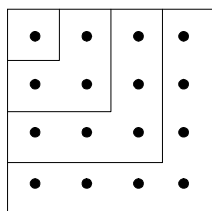
Por ejemplo: $10 = 1+2+3+4$.



El símbolo abstracto es el número **10**, representa “**un triángulo**”, y el concepto es: “**10 es la suma de los cuatro primeros números**”

En este caso, la disposición de los cuatro primeros dígitos en forma de pila dibuja un triángulo equilátero, y esto hizo que el número 10 sea “privilegiado”, en la estructura del Universo.

Los números cuadrados 1, 4, 9, 16, etc., son la suma de números impares sucesivos.



Por ejemplo: $16 = 1+3+5+7$

Cada número cuadrado puede derivarse de su precedente añadiendo un borde en forma de L. A este margen se le atribuía gran importancia y se le denominó **gnomon** (escuadra de carpintero).

Luego se advirtió que cada número impar 3,5,7, etc., era un gnomon de un número cuadrado. Por ejemplo, 7 es el gnomon del cuadrado de 3 para formar el cuadrado de 4. O sea, en la figura se muestra que: el gnomon 7, es el que hay que sumar al 9 (cuadrado de tres), para llegar a 16 (el cuadrado de 4)

Así n es impar y si n^2 es pensado como un gnomon de lado $\frac{1}{2}(n^2 + 1)$ entonces:

$$n^2 + \left(\frac{1}{2}(n^2 - 1)\right)^2 = \left(\frac{1}{2}(n^2 + 1)\right)^2 \quad (2)$$

Esto prueba la ecuación (2) geoméricamente, y el primer caso de esta ecuación es el triángulo egipcio 3, 4, 5, pues 9 es el gnomon del cuadrado de 4 para formar el cuadrado de 5. Esto es: $3^2 + 4^2 = 5^2$

En este caso tenemos:

El símbolo **16**, representa “**un cuadrado**” y el concepto es “**la suma de los cuatro primeros números impares**” ó “**la suma de uno más los tres primeros gnomones**”

4.1.3. Formula y pone a prueba hipótesis

Muchos ejemplos se pueden colocar desde el punto de vista matemático.

Uno de los más importantes ó tal vez de mayor jerarquía (por el efecto que produjo en la Sociedad) es, cuando Pitágoras demuestra la irracionalidad de $\sqrt{2}$. Pone a prueba la hipótesis

que : $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$; donde a y b son coprimos. Esto es, supone que $\sqrt{2}$ es un número racional, medible, lo cual lo lleva a una falsedad.

Es decir: formula una hipótesis, la pone a prueba, llega a una falsedad, y por lo tanto a UN ABSURDO (un método de demostración).

El detalle de lo expuesto, es el problema atribuido al mismo Pitágoras, en el teorema que afirma que: la ecuación $2a^2 = c^2$ no tiene solución en los números enteros positivos, o lo que es equivalente, si un cuadrado tiene longitud uno, entonces la longitud de su diagonal es $\sqrt{2}$ **(que es equivalente a demostrar que $\sqrt{2}$ es un irracional)**

Según Aristóteles, la demostración se lanzó como sigue:

Si la razón de la diagonal al lado es conmensurable, supongamos que sea a: c, donde a y c son enteros primos entre sí; entonces a y c simbolizan el número de subdivisiones iguales en un lado y en la diagonal del cuadrado respectivamente.

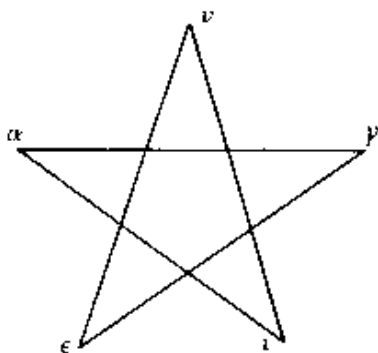
Pero, puesto que el cuadrado de la diagonal es el doble que el del lado se sigue que $a^2 = 2.c^2$. Luego a^2 es un número par y a también debe ser par. Por lo tanto:

Si $a = 2.d$, será $a^2 = 4.d^2$ y en consecuencia $c^2 = 2.d^2$. Esto dice que c es par.

Esto es imposible, ya que dos números primos entre sí no pueden ser ambos pares. Por lo tanto no puede existir ninguna medida común. Esto es, $\sqrt{2} = c/a$ (UN ABSURDO)

4.1.4. Utiliza diversas estrategias matemáticas para estimar y calcular algoritmos

El uso de las Proporciones en la demostración de raíz de dos (Método recursivo – Algoritmo)



Parece natural que Pitágoras y los pitagóricos se preguntaran sobre la proporción en que se encuentran también los segmentos que aparecen en esta figura.

No es difícil ver, que cada segmento de los dibujados está con el que es inmediatamente mayor exactamente en la misma proporción. El proceso denominado antanairesis, o cancelación de uno y otro lado, que se corresponde geoméricamente con el llamado algoritmo de Euclides para hallar el máximo común divisor de dos números, es idéntico.

Los números lado y diagonal constituyen pares de números formados **recursivamente** que servían a los pitagóricos para aproximar mediante fracciones, cada vez con mayor exactitud, la relación entre la diagonal y el cuadrado, es decir para aproximar la raíz de 2. La deducción que se ha visto, no es más ni menos que un proceso **“algorítmico”**

Otro Ejemplo:

Cuando demuestra la inconmensurabilidad de $\sqrt{2}$, tomando como catetos $a = 1$, $b = 1$, la hipotenusa será $c = \sqrt{2}$.

Luego, prueba con sendos triángulos rectángulos, supervisa la demostración. Aplica el procedimiento del absurdo. Llega a inferir que : $\forall p, p \neq \sqrt{p}$ e i , y por ende logra un resultado más general de la existencia de números “irracional^{es}”. Un número “irracional” es un numero “no medible” entonces acontece “Crisis del Pitagorismo”.

4.1.5. Usa tecnología para resolver problemas

La técnica que usaba Pitágoras para resolver y controlar la solución era tecnológica. En ese momento se utilizaban las piedritas (cálculos) para poder visualizar lo que se realizaba. El uso de piedras como “una especie de computadora” sigue usándose en la enseñanza de la matemática.

Podemos hacer una pregunta determinante: además de hacer operaciones matemáticas, ¿puede la computadora probar o producir un teorema? La respuesta es afirmativa. **La computadora puede probar teoremas, incluso complejos, pero la manera como lo hace no se parece a la forma, por ejemplo, como se prueba el teorema de Pitágoras, sino que se parece más a un experimento científico cuyo resultado puede obtenerse si se reproducen ciertas condiciones.**

4.2. Inteligencia Rítmica – Musical (INFERIDA)

4.2.1. Comprende y responde a la variación de sonidos, puede organizarlos en patrones significativos.

La relación entre número e intervalos musicales fue uno de los primeros descubrimientos de Pitágoras. Los acordes de los sonidos emitidos por las vibraciones de las cuerdas de la lira ponían en evidencia una relación simple con las longitudes de las cuerdas.

En efecto, cuando la longitud de la cuerda, digamos 12, suena una cierta nota, (la tónica), si se reduce a la mitad, sonará la octava, esto es, cuando las longitudes estaban en relación 1:2; cuando en cambio, esa relación era 3:4 o 2:3 se obtenían respectivamente, la cuarta y la quinta. Así la Armonía es un número.

El estudio de la media y proporción, fue también un ingrediente importante del Pitagorismo. Así, la cuarta es la media aritmética de la tónica y de la octava, $9 = 1/2 (12 + 6)$, mientras la quinta es su media armónica, $1/8 = 1/2 (1/12 + 1/6)$. La quinta es a la tónica como la octava es a la cuarta, y el criterio de tal proporcionalidad es encontrada en: $8.9 = 12.6$.

4.2.2. Le interesa indagar el rol de la música en la vida de las personas

En aquella época, para las personas era muy importante los conocimientos de astronomía y lo que se veía en los “cielos”. Pitágoras descubrió que los intervalos entre los 7 "planetas" - la luna, el sol, Venus, Mercurio, Marte, Júpiter y Saturno, correspondían a los siete intervalos en la escala musical. Esto explica la armonía celestial y mostraba que los cielos eran también

esencialmente Números. Como los intervalos relativos de los astros correspondían, en sus hipótesis a los de los sonidos de la octava, Pitágoras concluyó que en sus revoluciones los astros engendraban una serie de sonidos que constituían una octava: ésta hipótesis es la génesis de la armonía de las esferas, lo más conocido de las doctrinas pitagóricas. A veces, el maestro -Pitágoras- creía llegar a percibir la música celeste. Sin embargo, según sus propias palabras **¿Porqué los mortales no pueden escuchar el sonido del universo?.**

4.2.3. Desarrolla habilidades marcos musicales de referencia musical

Pitágoras usó la quinta repetidas veces (**ciclo de quintas**). Cada vez que sobrepasaban la octava, multiplicaban por 2 la longitud de la cuerda para retroceder a la octava original. SOL (por 2:3) > RE (por 2:3) > LA (por 2:3) > MI (por 2:3) > SI

Las longitudes de las cuerdas correspondientes quedan así:

Do	Re	Mi	Fa	sol	la	si	do
1	8:9	64:81	h 3:4	2:3	16:27	128:243	h 1:2

La proporción entre cada cuerda y la siguiente es de 9:8 (**tono**), salvo en los casos de **fa/mi** y **do/si**, en donde es de 256:243 (**hemitono**). La pauta entre tonos y hemitonos es **2-h-3-h**.

El problema reside en que aplicar dos hemitonos no equivale a aplicar un tono. Además, la distribución de tonos y hemitonos es irregular.

La escala usual se obtiene tomando las dos primeras como las mejores combinaciones (octava y quinta) y repitiéndolas sistemáticamente hasta que vuelvan a coincidir. Resulta entonces que 12 quintas equivalen (**casi**) a 7 octavas.

$$(3/2)^{12} / (2:1)^7 = 1'0136...$$

A la diferencia entre estos dos ciclos se le llamó **coma pitagórica**. Es lo que naturalmente utilizan los músicos, más fue Pitágoras el que la formalizó y luego se desarrolló de la manera que la conocemos actualmente.

Esta diferencia (que acumulada a lo largo de las octavas produce la coma pitagórica) condiciona la escala "según la nota en que se empiece" (**tonalidad**). Por ello, se crean varios modos distintos. Los más importantes, el modo mayor (a partir de **do**, **2-h-3-h**) y el modo menor (a partir de **la**, **1-h-2-h-2**).

Lo que se ha nombrado: tono, semitono, coma pitagórica, tonalidad, son marcos musicales de referencia.

4.2.4. Crea instrumentos originales.

Había experimentado que cuerdas con longitudes de razones 1:2 (los extremos 1 y 2), 2:3 (media armónica de 1 y 2), y 3:4 (media aritmética de 1 y 2) producían combinaciones de sonidos agradables y construyó una escala a partir de estas proporciones. A estos intervalos los llamó **diapasón**, diapente y diatesaron. Hoy los llamamos octava, quinta y cuarta porque corresponden a esas notas de la escala pitagórica diatónica (do, re, mi, fa, sol, la, si, do). El

diapasón es un instrumento que sirve para afinar las notas musicales, utilizado por los músicos.

Diógenes Laercio propone a Pitágoras mismo como inventor del **monocorde**, no un instrumento musical, sino más bien un aparato científico para verificar la teoría musical utilizado en esos tiempos. El monocordio ó monocorde es un instrumento de una sola cuerda. Con este instrumento, Pitágoras descubrió un principio acústico fundamental: la altura de los sonidos depende de la longitud de la cuerda vibrante.

Gaudencio explica pormenorizadamente el experimento más verosímil con el que Pitágoras comprobó y cuantificó su intuición genial de la conexión de la armonía musical con los números. Pitágoras tensó una cuerda musical que producía un sonido que tomó como fundamental, **el tono**. Hizo señales en la cuerda, que la dividían en doce partes iguales. Pisó la cuerda en el 6 y entonces observó que se producía la octava. Pisó luego en el 9 y resultaba la cuarta. Al pisar el 8 se obtenía la quinta. ¡Las fracciones $1/2$, $3/4$, $2/3$ correspondían a la octava, la cuarta y la quinta!. Los sonidos producidos al pisar en otros puntos resultaban discordes o al menos no tan acordes como los anteriores. ¡Los números 1,2,3,4, la Tetraktys, determinaban con sus proporciones relativas los sonidos más consonantes!.

4.3. Inteligencia Interpersonal (EXPRESA)

4.3.1 Se vincula e interactúa con otros.

Sin duda Pitágoras al crear la Hermandad Pitagórica lo hizo con principios muy sólidos. Era una persona muy activa, que no se conformaba con las cosas superficiales. La creación de la Secta, no solamente fue realizada por él para transmitir conocimientos filosóficos sino también matemáticos.

4.3.2 Percibe los sentimientos, pensamientos, motivaciones y estilos de vida

Pitágoras era sumamente observador. Esto se puso de manifiesto cuando lograba percibir los sentimientos, pensamientos, motivaciones y estilos de vida.

Por ejemplo: Dentro de la Comunidad Pitagórica, los asociados practicaban la amistad y la guarda a ultranza de los secretos comunes.

Había una veneración sin límites al maestro. Se lo cubre de dones sobrehumanos (contacto con Jesús). Esto formaba parte de las motivaciones y Pitágoras percibía esa veneración hacia su persona.

Se decía de él que una serpiente venenosa que le había mordido, fue muerta por él de un mordisco. En cierta ocasión, estando de pie en el teatro, se descubrieron sus piernas y apareció que uno de sus muslos era de oro. Otra vez fue visto el mismo día en Crotona y en Metaponto.

Había una regla de secreto en la comunidad, y se castigaba severamente a los que divulgaban la doctrina. (ese era el estilo de vida de sus seguidores).

4.3.3 Asume roles variados

Fue un investigador Matemático, Filósofo, Líder de la Cofradía Pitagórica, Esposo de Teano, Padre de dos hijos y una hija, Maestro de: Aritmética, Geometría, Música, Astronomía, Filosofía, Metafísica. También maestro de valores humanos como: la ética, la moral y la justicia. Meditador, Poeta (Versos de Oro).

4.3.4 Influencia la acción y opiniones.

Pitágoras tenía en cierto grado flexibilidad y adaptabilidad. Muestras de ello son los retrocesos en la búsqueda de la perfección. Su pasión hacia lo natural, hacia el cosmos lo llevó a escuchar a sus discípulos que le entregaban sus descubrimientos, adaptándose de esa manera a “otra manera de pensar” que alimentaba el Pensamiento Pitagórico. Llamo Pensamiento Pitagórico, el pensamiento de Pitágoras y que es transmitido e internalizado por sus seguidores. Esto dice que fue influenciado e influenció fuertemente en las acciones y opiniones de sus discípulos por una parte, y, por otra de la Sociedad.

4.3.5 Se comunica y comprende eficazmente a través de formas verbales y no verbales

Pitágoras supervisaba todo lo que se hacía. Esto como le daba el carácter de Líder. De todos modos, sensible por la naturaleza, apasionado por lo perfecto, necesitaba la comunicación con sus discípulos para poder alcanzar metas superiores. Así lo hizo, no solamente en el terreno de la Ciencia, (tipo de feedback informativo, especialmente en sus enseñanzas filosóficas como matemáticas), sino en enseñanzas esotéricas tales como los Versos de Oro, en donde se transmite sus enseñanzas para la vida misma.

4.3.6 Interpreta de manera novedosa procesos y modelos sociales.

La manera en que interpreta los procesos y modelos sociales están claramente expuestos en las reglas de la Cofradía Pitagórica que él creó.

El modelo de dicha Secta es que debían ser: austeros, sinceros, fieles, con fuertes convicciones religiosas y científicas.

Los procesos que llevó a cabo para mantener la secta tienen que ver con la comunicación con sus discípulos más cercanos. Ellos a su vez transmitían las enseñanzas a los de “menor jerarquía”. Era una Sociedad, una Escuela en la que había que cumplir ciertas reglas y pasar por pruebas para poder superarse y evolucionar.

Algunos lo llaman “Comunidad”, otros “Secta”, otros “Escuela”, otros “Cofradía”. Cualquiera que sea el nombre significa para Pitágoras la misma cosa. Podemos entender mejor su proceso si imaginamos una organización escolar (tal cual como la tenemos actualmente). Pasamos de niveles más bajos de conocimientos a niveles más altos, de aprendizajes de un tipo a otros de diferente naturaleza. Cada año aprendemos diferentes cosas, o la misma de diferentes maneras; es un crecimiento continuo. De la misma manera, Pitágoras organizó la Escuela Pitagórica, seleccionando discípulos “de mayor jerarquía” que eran los que enseñaban a los otros. Estaban divididos en categorías dentro de los saberes. Por un lado los acusmáticos y por otro lado los matemáticos. A su vez, dentro de cada una de estas categorías estaban los “que sabían más” y eran los que estaban en contacto directo con él.

Por ejemplo: los que recién se iniciaban, tenía un guía, llamémosle por Ej. Guía 1; pero éste no era único, habían varios de ese nivel que a su vez, tenían otro guía, llamémosle Guía 2 (de nuevo, no único); y así sucesivamente hasta llegar al Guía 10, (que no era único). Estos son los que estaban cerca de Pitágoras. Esa era la forma; “piramidal” como lo es en cualquier organización.

Esto es un hecho notable dentro de la Sociedad, porque se enseñaba el respeto, la jerarquía y los valores morales.

4.4. Inteligencia Verbal – Lingüística (INFERIDA)

4.3.1 Imita lenguaje y escritura de otros

El lenguaje y la escritura que imitó provienen de los Babilónicos. El la imita y la decodifica de otra manera para poder llevar adelante sus investigaciones.

Neugebauer ha mostrado que los babilonios supieron de los números de la ecuación que surge del Teorema y de los Tripletes Pitagóricos alrededor de 1000 años antes de Pitágoras. Así también hay otras formas de expresar los tripletes pitagóricos, como lo mostró Kronecher. (Aquí estamos hablando de lenguaje matemático)

De esa manera, Pitágoras logró tener su propio vocabulario ó lenguaje, desarrollado durante el funcionamiento de la Secta o Cofradía Pitagórica y sus viajes a Egipto. Estos signos o simbología llegaron a tal, que su vocabulario llegó a traducirse en símbolos. Por Ej. la estrella pitagórica, (la primer diagonal de un pentágono) era el símbolo con el cual se distinguían los Pitagóricos. Estos conocimientos fueron desarrollados por muchos años.

Pitágoras aprendió la Geometría y el esoterismo durante sus estudios en Egipto y luego pudo ofrecerlos a sus discípulos.

4.3.2 Es competente para recordar, comunicar, debatir, explicar.

Algunos historiadores le atribuyen tres obras: 1º de la educación; 2º del hombre de estado; 3º de la naturaleza. Mediante estas obras, comunicaba y explicaba acerca de sus propias creencias.

Una de las características de Pitágoras es que recordaba lo que se había realizado (tanto en los aspectos científicos como místicos); podía comunicarlos mediante sus enseñanzas; debatía ideas con sus discípulos (muchos de los cuales demostraron Teoremas y se lo adjudicaron), hecho que es verificado a través de los muchos descubrimientos que le fueron atribuidos.

Lo importante es que Pitágoras ha sido el **creador** de un estilo de vida y ha reunido en torno suyo a un grupo de hombres.

4.3.3 Demuestra habilidad para aprender otros idiomas

Viajó a Egipto, mandado por su maestro Tales. Allí aprendió su idioma, y también el idioma de las matemáticas, de donde surgió el Teorema que lleva su nombre. Es posible que dicho conocimiento lo haya adquirido al observar las cuerdas tirantes donde había un gran

conocimiento de como construir ángulos rectos con un triángulo de cuerda de lados 3, 4, 5, quizás la gran pirámide (2700aC) haya sido construida de esta forma.

Luego se instaló en Crotona, donde tuvo que aprender “otro idioma” para crear la Secta Pitagórica y poder comunicarse con sus discípulos.

Pitágoras NO aprendió el lenguaje musical, sino que lo hizo parte del lenguaje matemático.

4.3.4 Crea conocimiento y reflexiona sobre su lenguaje

Los Versos Dorados y Los símbolos de Pitágoras constituyen los más antiguos documentos atribuidos al maestro. Se dice que Pitágoras no dejó nada escrito, pero sus discípulos se encargaron de sentenciar en la luminosa prisión del alfabeto aquello que escucharon de labios del maestro. Los versos y los símbolos pitagóricos son la más temprana ética de la filosofía occidental, se trata de preceptos que han de interpretarse a la luz de los misterios de la secta itálica. Son muy bellos aforismos, algunos nos recuerdan los diez mandamientos, y otros, el refranero clásico griego.

El conocimiento que ha creado está latente por sobre todo en el terreno de la matemática (reflexionando y creando lenguaje). A partir de ella pudo crear el conocimiento de la música, lo cual le llevó a formalizarla (crea y reflexiona sobre el lenguaje musical).

4.5. Inteligencia Cinética – Corporal (INFERIDA)

4.5.1 Explora el ambiente y los objetos a base del tacto.

Explora el ambiente, observa, hace mediciones. Se dice que caminaba por la arena durante el día y mucho mas durante la noche. Se sentaba en la playa del mar para poder observar el cosmos. Meditaba allí, percibía el viento en el rostro, el ruido de las aguas, el grosor de la arena, la luz de las estrellas en la noche, y del sol en el día. En ese estado de conciencia profunda (estado máximo de meditación), podía con mucha más facilidad lograr inferir hipótesis que luego eran tomadas como Leyes.

4.5.2 Aprende mejor cuando se involucra y participa. Recuerda más lo que se ha hecho que lo que se ha dicho u observado.

Si bien recordaba lo que le era suministrado por sus discípulos, él se regía por lo que se había realizado. Era un ser necesitaba “tener los hechos”, y “no palabras”. Dentro de la Comunidad estaba muy claro esos preceptos, y “había que producir”. Más aún, para poder estar en la Escuela Pitagórica, era necesario que se “comulgue” con sus leyes: Conocimiento profundo de la Filosofía Matemática “TODO ES NUMERO”, Conocimiento Profundo de la Filosofía Mística “LA INMORTALIDAD DEL ALMA”.

La comunicación establecida con las personas que lo rodeaban, producían un feedback retroalimentativo. Pitágoras lograba aprender de los demás, porque estaba totalmente involucrado en sus doctrinas (las que él mismo creó), y participaba de una u otra manera de discusiones: Matemáticas, Místicas, Morales, Religiosas, Educativas, etc.

Entonces, el recuerdo (MLP) surgía de la repetición sistemática que era manifestada por él mismo y por sus seguidores. De esa manera logra automatización.

4.5.3 Comprende y vive según parámetros físicos solucionables.

Sin duda, Pitágoras fue un constante “buscador” de reglas, ya que su meta era la perfección. Para ello enunció algunas reglas empíricas imperfectas, procedimientos de búsqueda o funciones de evaluación que guiaron a las investigaciones para encontrar la solución.

Utilizó el método de inducción empírica. Esto significa que los parámetros que utilizaba para solucionar los problemas eran “la experimentación”. Experimentación en todos los aspectos de su Doctrina.

En este sentido, la construcción de edificios era guiada por él. Los edificios son los lugares donde habitaban, donde se reunían, donde se enseñaba. Lugares grandes algunos, otros más pequeños, tratando siempre de estar en contacto con la “propia naturaleza”

4.6. Inteligencia Viso – Espacial (INFERIDA)

4.6.1 Aprende viendo y observando. Reconoce fácilmente caras, objetos, detalles y escenas.

Extremadamente observador. Reconocía a los discípulos que estaban cerca de él. No así a aquellos que recién se iniciaban.

Su pasión hacia lo natural, hacia el cosmos, lo llevó a escuchar a sus discípulos que le entregaban sus descubrimientos, adaptándose de esa manera a “otra manera de pensar” que alimentaba el Pensamiento Pitagórico

Los objetos matemáticos estaban incorporados en su memoria, aunque necesitaba de la observación para generar más ideas.

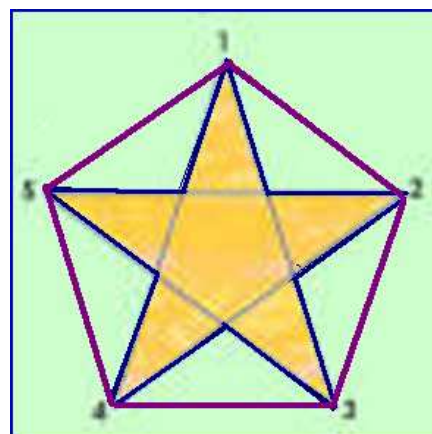
No se olvidaba, ni perdonaba a los que “no cumplían con su doctrina”, a aquellos que “violaran el pacto pitagórico”. Estos eran expulsados de la Secta.

Este tipo de escenas, ya que en muchos casos, se dice que aquellos que lo defraudaron fueron quemados o se encontraron muertos. Entonces: ¿No parece haber una dualidad entre esta situación y la justicia, ética, moral?.

4.6.2 Percibe y crea imágenes mentales, piensa con imágenes, reproduce detalles.

Pensó en un pentágono regular, en el que ha trazado sus diagonales:

- ¿Cuántas diagonales tiene?
R: 5 diagonales
- ¿Cuántos triángulos verdes están incluidos en el pentágono?
R: 5 triángulos
- ¿Qué forma tiene el trazo azul grueso?
R: una estrella de 5 puntas

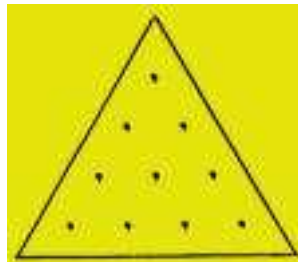


- d) ¿Qué figura es la marcada con azul claro?
R: un pentágono
- e) ¿Cuántos triángulos quedan determinados en la figura?
R: **10** triángulos
- f) ¿Qué representa el número **10**?
R: LA **TETRAKTIS**
- g) ¿Puedo seguir haciendo el mismo proceso en el pentágono más chico?
- h) ¿Qué obtendría?
- i) ¿Cuántas veces puedo realizar ese procedimiento?

Lo que se ha representado es una manera de cómo Pitágoras percibió la imagen del Pentágono en su mente, luego creó **otra** imagen mental. Luego trata de pensar en lo que sucedería!!. Y a partir de ello debe reproducir en detalle. Esto es lo que se hizo con las preguntas.

¿Qué más Pensó Pitágoras?

$10 = 1 + 3 + 6$, y resulta que **10** es ahora “**suma de tres números triangulares**”. Y... **10 ES UN NUMERO TRIANGULAR!**.



¿La suma de números triangulares es siempre otro número triangular? **SI**

¿Cómo puedo representar el **10** como suma de otros números?
 $10 = 5 + 5 = 2 \cdot 5$ ¿Qué significa el 2?. LA DUALIDAD...

¿Qué representa el número 5? EL MATRIMONIO, EL PENTAGONO,....

5 es un pentágono, tiene 5 lados, 5 vértices, 5 diagonales.

$5 = 4 + 1$. O sea 5 es la suma de dos números cuadrados. Y... la suma de dos cuadrados ¿da un triangular siempre?.

Y... sigue pensando Pitágoras en su representación mental, nada más que ahora reproduciendo detalles.

1 es cuadrado, triangular y... pentagonal

3 es triangular

4 es cuadrado

5 es triangular y pentagonal

¿No resulta maravilloso sumergirse en el pensamiento de Pitágoras y reproducir lo que tal vez estuvo en su mente?.

No será que algo así pensó cuando sostuvo que la estrella de 5 puntas era el “símbolo pitagórico”.

¿Tiene sentido que lo sea?.

Yo creo que si!!, pues continuando con el proceso recursivo de trazado de diagonales, seguirá obteniendo sendos pentágonos cada vez mas chicos. Ese proceso es recursivo e infinito.

Aparece el concepto de “infinito”, en su representación mental!

4.6.3 Usa las imágenes cuando desea recuperar información.

Las imágenes se tornan importantes para recuperar información y para generar nuevas ideas.

Ejemplo de ello son:

- los Números Poligonales
- los Poliedros regulares
- la Tetraktis.

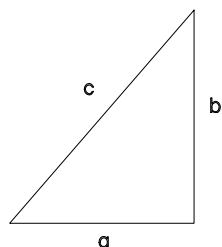
4.6.4 Es capaz de modificar mentalmente la forma de los objetos y secuenciar sus movimientos

Podemos pensar en ejemplos matemáticos nuevamente. Pitágoras piensa en un triángulo, de lados a, b e hipotenusa c.

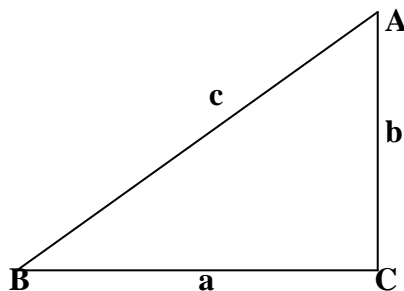
Sabe que la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa. Ya es una representación mental, que está automatizada.

Puede que tenga en su mente, el primer triplete u otro como se menciona. Eso no importa demasiado a los fines de lo que deseo analizar.

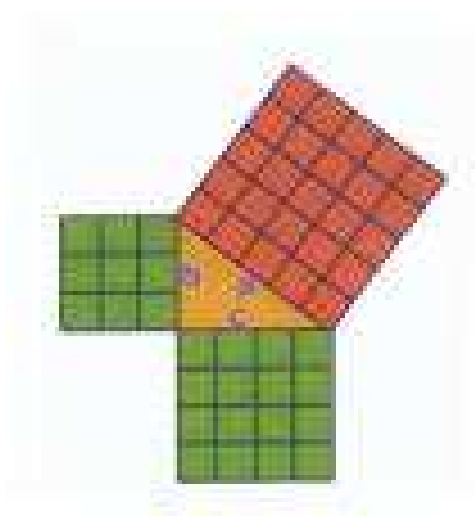
Ejemplo^s: $3^2 + 4^2 = 5^2$ $5^2 + 12^2 = 13^2$



Ahora bien, él colocará en los vértices nombres, tales como **A, B, C**.



Ahora quiere desplazarse desde **A** hasta **B**. Piensa... Puedo ir haciendo el recorrido: **BC** y luego **CA**, y llegaré a la meta!!. Pero, **NO PUEDE SACAR SU REPRESENTACION MENTAL...**



y tiene incorporado el Teorema, que además de sumar las áreas asentadas en los lados del triángulo le dio idea que la menor distancia para ir de **A** hacia **B** es la **AB**.

Esto lo observó dibujando en la arena, y midiendo los cuadraditos que había en cada cuadrado asentados en los lados!!.

Entonces... él modifica la forma de los objetos y puede secuenciar sus movimientos.

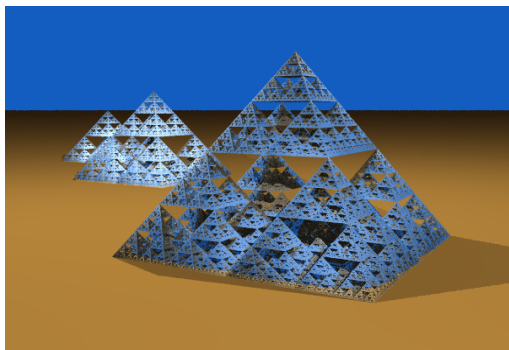
En su mente ha pasado la imagen de “un triángulo”, pasando por el Teorema ya incorporado, a realizar otra representación mental que es la de la figura con los cuadrados asentados en los lados del triángulo. Esta forma de representación mental, es una de las conocidas “Demostraciones del Teorema de Pitágoras”. (Una de las más conocidas de entre más de 250 demostraciones). Además, ese proceso mental le sirvió para acortar sus tiempos de ir de un lado a otro, de caminar menos (aunque a él le encantaba caminar por la arena, y... muchas veces descalzo)

4.6.5 Puede ver los objetos desde diferentes perspectivas, de esta manera detecta errores ocultos.

Muchos ejemplos en su mente aparecen... El tiene triángulos! ¿Qué hacer con ellos? Solamente usar el Teorema para calcular los tripletes como una simple máquina?.

Pitágoras desafiaba a su mente constantemente. Así de esa manera pudo encontrar, sacando de su memoria, lo que había aprendido en Egipto para la construcción de pirámides.

Una Pirámide es un Poliedro! No es regular porque la base es cuadrada... pero en su mente también está el TETRAEDRO! y desde allí tiene una significación diferente. De esa manera, comparando los Poliedros puede darse cuenta de los errores ocultos que pueden estar en la construcción de una arquitectura, por Ej. una pirámide.



¿No es maravilloso lo que puede estar oculto en la mente?. En las figuras se muestran pirámides huecas que son sumas de infinitas pirámides infinitesimalmente pequeñas, y en la otra una sólida. Pero... cualquier investigador que entre en una pirámide sabe los misterios ocultos que allí están.

Estas representaciones mentales, ágiles, que tienen forma, que se transforman en otras, dan origen a otros conceptos. En la Pirámide de Keops, su altura es muy próxima a raíz cuadrada de dos. **NO ES MARAVILLOSO?**

Y... se puede seguir en la mente de Pitágoras, cuando le dio los primeros pasos a Teano para que descubriera el Número de Oro... que causalmente es el más irracional de todos los irracionales.

4.6.6 Percibe patrones sutiles de organización espacial

Pitágoras consideraba el número 4 especialmente importante. Así, el alma está relacionada al fuego, y el fuego es un tetrahedro, y un tetrahedro tiene cuatro vértices y cuatro caras, y es el más pequeño de los poliedros regulares.

Un tetrahedro tiene dos propiedades especiales: es el más pequeño de los poliedros y tiene el mismo número de vértices y caras. Ambas propiedades resultan del hecho que su número de vértices es uno más que la dimensionalidad del espacio. Podemos admitir, entonces, que el número 4 es importante a Pitágoras por la misma simple razón que 4 es importante a Einstein, $4 = 3 + 1$. Para Einstein 3 (componentes del espacio: x, y, z) y 1 (componente del tiempo t). **LA CUARTA DIMENSION!!**

Pero ¿porqué debería ser el fuego un tetrahedro?. Conocemos que la parte espectacular del fuego es el calor radiante y la luz, y que ésta es electromagnética, y que las 6 componentes de este campo son obtenidas tomando las 4 dimensiones de espacio-tiempo dos a la vez . Asimismo, las 6 aristas del tetrahedro unen los 4 vértices dos a la vez, y también son las intersecciones de las 4 caras dos a la vez.

4.7. Inteligencia Intrapersonal (INFERIDA)

4.7.1 Es consciente de sus propias emociones

El conocimiento que tenía estaba orientado hacia la búsqueda de la perfección. En definitiva su meta “era la perfección”. De esa manera es que creaba procesos mentales, con un alta dosis de pasión para lograr “la unidad”, “lo que es perfecto”.

4.7.2 Encuentra formas para expresar sus sentimientos y percepciones

Como Pitágoras creía en la reencarnación, recordaba haber vivido en Ahitálides, hijo de Hermes y de una madre mortal. Una manera de percibir su vida anterior, tal cual era su creencia y transmitía esta idea.

Para Pitágoras la religión y la ciencia no eran dos comportamientos separados sin contacto alguno, sino que más bien constituían los dos factores indisociables de un único estilo de vida. Para ello mantuvo nociones de contemplación, el descubrimiento de un orden en la disposición del universo, la purificación. El hombre se fue purificando progresivamente mediante la contemplación del principio del orden en el universo, especialmente en los movimientos regulares de los cuerpos celestes, y se fue asemejando a ese orden, adquiriendo así la inmortalidad.

Estos sentimientos y percepciones, eran transmitidos mediante la meditación, las conversaciones con sus discípulos, pero por sobre todas las cosas **“mediante el ejemplo”**.

4.7.3 Ha desarrollado una clara conciencia de si mismo.

Pitágoras tenía clara conciencia de lo que quería. La creación de la Secta Pitagórica con una determinada filosofía, y por ende todos los descubrimientos matemáticos que allí acontecieron.

Ya Herodoto conocía el adjetivo proveniente del nombre de Pitágoras. **“No sólo existe el individuo Pitágoras, sino un pensamiento y una manera de ser que reciben el nombre de él”**. Platón habla de los pitagóricos y de su fundador, Pitágoras . Y cuando trata de establecer y explicar las ideas de Sócrates presenta a sus oyentes diversas opciones entre formas de vidas contrapuestas, deja ver el influjo de la manera de ser pitagórica.

4.7.4 Vive de acuerdo a su escala de valores

Pitágoras tenía valores de ética, moral y justicia. Asimismo, tendía a la perfección y a la purificación.

Para este experto, la purificación se logra con los siguientes elementos:

- a) El cuerpo: dieta vegetariana
- b) El alma: por la ciencia que es un medio de conocer la armonía universal y para el propio conocimiento (examen de conciencia).
- c) La música: aquietar pasiones y eleva el espíritu a percibir la armonía en todas las cosas.

El vivía con estos valores y además enseñaba los mismos a las personas que estaban cerca de él.

4.7.5 Persigue la autorrealización

Pitágoras estudiaba rigurosamente la vocación de los que llegaban hasta él. Antes de admitirlos en las primeras iniciaciones trataba de leer en sus rostros, de adivinar en sus actitudes, en su porte, en todos los hábitos y costumbres de su persona, las inclinaciones de su alma, el fondo verdadero de su carácter y las aptitudes propias de su espíritu. A partir de cierto grado de iniciación, los discípulos pasaban a integrar una comunidad poniendo todos sus bienes en el fondo común de la escuela. Vestían hábito blanco, practicaban ayunos periódicos, no comían carne, destinaban gran parte del tiempo a la contemplación y la meditación y se consideraban hermanos entre sí.

El era obsesivo, rígido, meditativo, delirante para poder lograr **la perfección**.

4.8. Inteligencia Naturista (INFERIDA)

4.8.1 Entendimiento del mundo natural

Lo que es natural, es muchas veces imperceptible a nuestros sentidos. Por ejemplo: respirar es totalmente natural, pero no nos damos cuenta de ese hecho tan simple, justamente porque es “muy natural”. Sólo percibimos la importancia de la respiración, cuando nos falta el oxígeno por cualquier circunstancia.

De igual manera, vivimos en “el espacio”, en la tierra que dentro del sistema solar y en constante movimiento. No nos damos cuenta que la tierra se mueve permanentemente, es algo “muy natural”. Y muchas veces “no entendemos porque no nos damos cuenta de que la tierra y toda la galaxia están en movimiento y expansión”?

Pitágoras comprendía perfectamente que los cuerpos celestes, producen , como todo cuerpo en movimiento, sonidos. Los cuerpos que se mueven más rápido producen sonidos más altos; los que se mueven más rápido están a mayor distancia; los sonidos de los astros, por tanto, dependen de la distancia, es decir del tamaño de sus órbitas; y esas órbitas cumplen estrictas relaciones numéricas. Por tanto, los sonidos de los astros deben ser consonánticos. De allí se origina “la armonía de las esferas”.

El llamó “armonía de las esferas”. En su esquema de pensamiento está totalmente incorporado el movimiento de los planetas y seguro que dichos movimientos producen sonidos que son imperceptibles a nuestros oídos por la frecuencia. Esto es algo que encierra la propia naturaleza, nada mas ni nada menos, “entender donde estamos dentro del espacio”

4.8.2 Observación científica de la naturaleza

Una constelación tiene 2 caracteres: la cantidad de astros que la constituyen y la figura que forma en el firmamento: estas son características inmutables (respecto a la edad de un pueblo) y objetivas; se forma una asociación entre tales datos que aparece como natural; así, los números son realidades naturales con propiedades intrínsecas; un número es un arreglo de puntos cuya disposición, no arbitraria, manifiesta propiedades; de ahí la búsqueda incesante

de relaciones entre números. Se conocen las cosas mediante las propiedades de los números que les son asignados; una cosa es indeterminada sino es susceptible de tener número.

4.8.3 Discernimiento de patrones de vida y fuerzas naturales.

Siendo meditador, era vegetariano, por ende no comía carne (El ni sus discípulos) pero por asociación con la metempsicosis. Sacrificios sangrientos a la divinidad estaban prohibidos. Así también, no bebía vino. Entre sus preceptos no aceptaba dejarse poseer por una risa incontenible (típico de cualquier meditador!!).

En filosofía Pitágoras empezó una discusión que ha preocupado desde entonces a los pensadores. Preguntó "**¿Cuál es la situación de las entidades matemáticas, tales como los números, en el reino de las cosas?**".

Nuevas Inteligencias

4.9. Espiritual (INFERIDA)

4.9.1 Desea conocer las entidades del cosmos y de un Dios

Para Pitágoras, no sólo la tierra era esférica, sino que no ocupaba el centro del universo. La tierra y los planetas giraban -a la vez que el sol- en torno al fuego central o “corazón del Cosmos”(identificado con el número uno). El mundo aspira el aire de la masa sin límites que lo envuelve y habla del aire como lo ilimitado. Creó una Teoría del Universo.

El cosmos, es la realización de proporciones armónicas, cuya medida y forma es el número.

Su idea de Dios: Enseñaba la existencia de un único Dios que une al mundo por la justicia. No piensa ni tiene forma humana. Asocia el cuerpo con la esfera y lo manifiesta en el movimiento circular de los astros. (Extractado de parte de su Doctrina Mística)

4.9.2 Gran gusto por la estética.

Reglas de abstinencia y prohibiciones: Al puro se lo reencarna en lo puro, al impuro en lo impuro. Por ello era tarea del hombre buscar la pureza. De la búsqueda de la pureza condujo al nacimiento de la medicina y la música como ciencias. El era un meditador, y en consecuencia “practicaba el silencio”

4.9.3 Le gusta vivir en una Comunidad Espiritual

El carácter religioso de la “Comunidad Pitagórica” se manifiesta , entre otros hechos, en que se admitían mujeres, cosa que entre los griegos no se comprendía sino en virtud de fines religiosos.

“La comunidad” fundada por él, en sus comienzos era mayormente religiosa con un elemento central que era el culto de Apolo, para purificar la vida presente con vida a la vida futura que esperaban. Varios pensadores romanos indicaron que los primeros cristianos copiaron de los pitagóricos su postura ante la vida que vendría.

4.10. Existencial (INFERIDA)

4.10.1 Tiene claro significado de la vida y de la muerte

Trasmigración de las almas: Aceptó la metempsicosis. Creía que el poder del alma perduraba luego de la muerte. Creía en la vida luego de la muerte. De hecho, la vida terrenal era mínima, y lo importante estaba en el alma que estaba prisionera del cuerpo. El alma va tomando distintos cuerpos, siendo la forma más alta los astros. (extractado de su doctrina)

4.10.2 Amor ante lo bello

Para Pitágoras, produce sufrimiento todas las cosas penosas y desagradables que nos hacen más duro el camino de la vida tales como las enfermedades, la pobreza, la pérdida de los seres queridos, o una existencia oscura en el seno de la patria.

Referirse a la belleza, en **Pitágoras**, es entender su descubrimiento en el ritmo del número. En todo lo bello vislumbra la armonía, la sinfonía de las cosas: el mecerse de las ondas en la playa, la sucesión en las costas de la amada Grecia de cabos y bahías, los coros de las columnas de los templos, la danza pausada de las constelaciones, la medida del hombre noble... Y así, todo lo bello, para Pitágoras, es, de alguna manera, música. Por eso la música, según él, la verdadera música, por supuesto, ordena y embellece al hombre.

Kosmos, otro sinónimo de belleza. El verbo *kosmein* quiere decir precisamente 'ordenar'. De allí que belleza, orden y universo se hacen sinónimos: cosmos. De allí viene también nuestra decadente palabra cosmético: supuestamente 'lo que hace bello'. Aún los latinos conservaron el concepto: mundo es sinónimo de bello; lo contrario de in-mundo. El cosmos: señorialmente ordenado en todas sus partes, en el organizado girar de sus celestes bóvedas, produciendo la sublime música de las esferas.

4.11. Moral (INFERIDA)

4.11.1 Reconoce el carácter sagrado de la vida en diferentes facetas

Parentesco de todos los seres vivos: El alma decide la clase de cuerpo a introducirse. Puede ser en una animal, un vegetal (algunas plantas) o en un Dios. Por ello se abstenían (no sólo él sino sus discípulos) de comer cosas como laurel o las habas. **Dicen que Pitágoras al escuchar que apaleaban a un cachorro pidió clemencia porque reconoció al alma de un amigo en el grito.** (sacados de su doctrina)

4.11.2 Facilidad para dominar las representaciones simbólicas y las codificaciones en cuestiones sagradas.

La Cofradía Pitagórica estaba regida por códigos morales de conducta muy severos. Para Pitágoras, la Moral era muy importante en la formación de los hombres. En realidad lo consideraba como algo sagrado. La educación, la familia, el carácter eran los valores que realmente tenían sentido para él. Por ello, os que vivían Pitágoras, eran los que entraban en su Cofradía o Escuela. Para ello, era necesario pasar por ciertas etapas: El ciclo inicial pasaba por distintos períodos: primero un **examen previo de la familia, educación** y carácter del aspirante; luego un período de tres años, durante el cual se observaba si el discípulo tenía

verdaderos deseos de aprender; después **cinco años de silencio y de vida austera**, durante los cuales no se tenía contacto directo con Pitágoras; y por fin, si el aspirante era juzgado digno de ello, se le permitía ver al maestro y asistir a sus lecciones privadas

4.11.3 Compromiso duradero en lo sagrado y Místico

Pitágoras generó una forma de vida sobre una comunidad cerrada, con reglas comunes y con ideas sobre el alma y la sociedad. Como luego hará Jesús, aglutinó en torno de sí a un grupo de discípulos que participaban de su vida y su doctrina. La fe común lleva a una formación común, siendo sus herramientas el saber y la investigación.

5. Consideraciones Finales

5.1. Primera consideración

Sin duda Pitágoras es el matemático más conocido del gran público. Todo el mundo recuerda al menos que existió su famoso teorema. Pero las Matemáticas le deben a Pitágoras y a los pitagóricos mucho más. Ellos son los que pusieron las primeras piedras científicas no sólo de la Geometría sino también de la Aritmética, de la Astronomía y de la Música.

Pero antes de Pitágoras otras dos culturas habían desarrollado unas matemáticas prácticas muy potentes: los babilonios y los egipcios. Exploramos sus aportaciones tanto en el terreno de los sistemas de numeración que empleaban, como de sus habilidades astronómicas y geométricas. Del sistema sexagesimal de los babilonios hemos heredado tanto la división de la circunferencia en 360 grados como la forma actual de medir el tiempo en horas, minutos y segundos.

Sus tablillas nos reservan unas cuantas sorpresas matemáticas. Quizás la más importante, la tablilla Plimpton, nos desvela el hecho sorprendente de que conocían las ternas pitagóricas mil años antes de que Pitágoras viera la luz.

Disfrutamos actualmente de demostraciones gráficas y analíticas más llamativas del famoso teorema, el que cuenta con un mayor número de demostraciones distintas a lo largo de la historia.

Así, las preguntas formuladas, las respuestas positivas, las negativas, y aquellas que resulten interesantes, hacen que surjan nuevos interrogantes a plantearse y que seguramente respondidos medianamente en forma satisfactoria podrían interesar al estudio de este experto. Tal estudio debería centrarse no sólo a los descubrimientos matemáticos, sino de su pensamiento, su forma de vida, sus costumbres, su filosofía de vida. Tal vez, más de una persona quedaría sorprendida de que en el siglo V a.C ideas tan profundas estaban desarrolladas por una comunidad (la pitagórica) y que luego resurgió para instalarse hasta la fecha. Existen en la actualidad Pitagóricos no sólo en su filosofía de vida, sino también en su estructura de pensamiento.

5.2. Segunda Consideración

Seguramente Pitágoras tiene otras características como EXPERTO, que no han sido colocadas en este documento. Es probable que cumpla con todas las señaladas en la Bibliografía, como

es igualmente probable que no. Considero que colocando un porcentaje superior al 65% de las características, es una estimación buena, aunque no conozca métodos para establecer dicha similitud. Cuando elegí a Pitágoras y comencé a estudiar sobre él, pude corroborar alguna de las variables.

Mucho más hay por decir acerca de este personaje histórico, lleno de misterios ocultos en todos los sentidos.

He tratado de introducirme en su casa, entrar en las habitaciones que estaban abiertas aunque no en todas aquellas en las cuales podía entrar. “La casa de Pitágoras” es extremadamente grande, y para recorrerla necesitaría muchos años de investigación en los laberintos de sus misterios. De todas maneras, estuve en algunas de las habitaciones: aquellas que me hicieron sentir cómoda, donde he aprendido mucho de él, y, un ratito en su propia habitación. No me estaba permitido el acceso por más tiempo en ella. Para poder estar más tiempo allí, necesito conocer más de Aritmética, de Geometría, de Música, de Astronomía, de Filosofía y rendir todas las pruebas pertinentes para el estilo de vida de un meditador como él y comulgar con su filosofía mística.

5.3. Tercera Consideración

Estudiar a Pitágoras, como experto me abrió un campo para poder explorar una infinidad de experiencias posibles en las cuales se puedan aprender formas de convivencias más ricas, más productivas y más gratificantes, y encontrar caminos para el mejoramiento no sólo educativo sino también social.

La matemática, no puede quedar ajena en ningún momento a este tipo de propuestas. Ni siquiera aquella matemática por más formal que sea o que pretendamos hacerla, debe tener en nosotros como docentes una cuota de estos ingredientes. Nuestra tarea como docentes es generar estudiantes creadores, investigadores en su propio accionar, respetuosos por el pensamiento ajeno, tenaz y perseverante en la búsqueda de soluciones a problemas, críticos en sus producciones y en las ajenas, entre las más significativas.

En este documento, se habló mucho de Números. El número nos ofrece la posibilidad de agilizar los trámites. La organización social es muy complicada, y el sistema de numeración puede simplificar un poco las cosas. Eso es todo. No hay malas intenciones en el empleo de las cifras como método organizativo, ni deseos de rebajar nuestra condición como personas.

Si llamar a alguien “Pablo” no lo deshumaniza, tampoco lo hará llamarle “32.411” por dar un ejemplo.

Además, haríamos bien en aprender a valorar las ventajas de los números. Tienen mucho que ver con nosotros, comparten nuestra esencia como seres humanos de una forma infinitamente más rica que los nombres propios.

Los números, como las personas, son distintos entre sí, pero ninguno es mejor que otro.

Si queremos defender nuestra unicidad, si queremos seguir considerándonos especiales y únicos sin necesidad de pisar a nadie, no tengamos miedo a los números. Hay muchos “Juanes” y “Pedros” en el mundo, pero solamente un 46.987.234.

Es una pena que ningún programa de televisión pueda realizar una entrevista a Pitágoras de Samos. Sería interesante oír lo que tiene que decirnos. Y estoy segura que, a su modo, también conseguiría arrancar un aplauso al público asistente.

6. CONCLUSION

El haber podido analizar a Pitágoras desde un marco teórico que investiga la Inteligencia, me ha dado mucha satisfacción, por varios motivos:

Es posible que entrando un poquito en la mente de estos grandes personajes aprendamos tal vez no solamente estrategias matemáticas, sino también su forma de vida, sus creencias, sus costumbres.

Siendo Docentes – Educadores, tal vez el ejercicio de este tipo de trabajo, brinden la posibilidad de poder entender mejor a nuestros estudiantes.

Pitágoras para mí, tiene “Laberintos de sus misterios” y seguramente pasará mucho tiempo, en que aquellas puertas que no se me abrieron, y que tampoco a otros matemáticos y educadores queden sin abrirse.

Como lo exprese en una de las consideraciones, la Casa de Pitágoras es muy grande. Fue construida en el siglo V. a. C, pero todavía existe y podemos recorrerla cada vez que lo intentemos. Para lanzarse a experimentar ese hermoso camino de recorrerla hace falta nada más ni nada menos que:

- Un poco de fe en el ser humano (optimismo humanista)
- Deseos de contribuir al mejoramiento y al cambio
- Una importante dosis de amor por la tarea y por nuestro “prójimo-próximo”
- Entusiasmo y empuje
- Confianza en nuestra capacidad y en nuestro derecho a tomar iniciativas y ejercer ciertas formas de protagonismo.

El título “La casa de Pitágoras” – Los laberintos de sus misterios, es:

- La primer casa que uno posee es el propio cuerpo. Dentro de él tenemos órganos que tienen diferentes funciones. Cada órgano es un lugar de nuestra “primer casa”. El cerebro, dividido en dos partes: hemisferio izquierdo y derecho, son para desarrollar por un lado la parte lógico formal y la otra la intuitiva y creativa. En este caso, la parte lógica formal en Pitágoras son sus aportes filosóficos tanto Matemáticos como Místicos. El corazón es de la pasión, y él fue un apasionado! El estómago es el órgano que nos permite digerir nuestras comidas. Los Pitagóricos eran vegetarianos, tenían una estricta conducta. Sus vestimentas eran túnicas blancas para poder “meditar”.
- La casa de Pitágoras, puede también interpretarse como un arquitecto que diseña, que construye y que destruye. El construyó la Hermandad Pitagórica y también “de alguna manera” la destruyó. Esa destrucción fue tal vez por el carácter de “secta secreta” de la

Cofradía Pitagórica. Tal vez, alguno de sus discípulos al expandir el secreto de la inconmensurabilidad de los números fue en venganza hacia su doctrina severa.

- En una casa se convive con personas que uno quiere por lo general, y en el caso de Pitágoras, vivía con su esposa (admitía mujeres!!). Teano, su esposa, es considerada la primer mujer matemática.
- Los laberintos de sus misterios, tiene que ver con la parte “oculta” de Pitágoras. No se sabe muy bien cuando nació, donde vivió. Incluso algunos investigadores creen que no existió. Más allá de ello, las aportaciones que ha realizado nos hacen entrar en una “casa” llena de misterios, en los cuales donde parece que termina algo, surge algo nuevo. Es muy fácil perderse en un laberinto. Por ello, es fácil perderse en el laberinto de su mente, donde sus ideas se entremezclaban con diferentes disciplinas, sin dejar de lado lo Místico. Matemática y Misticismo se conjugan en este “experto”.

Con este humilde documento, mi deseo es invitar a docentes e investigadores a no tener miedo de entrar en la casa de Pitágoras ni de ningún experto. Pues, recorriéndola aprenderemos muchísimas cosas que nos servirán para la convivencia social tan difícil en el momento en que atraviesa el país y la humanidad.

Yo tuve la oportunidad de visitarla, como lo expresé anteriormente. Pero, me han quedado cosas por descubrir, y, por lo tanto esta es mi “primera visita” a “La Casa de Pitágoras”. Luego de esta primera visita, quedándome tan reconfortada y siendo tan bien tratada por él y por sus discípulos volveré a visitarla! Y estoy segura que en cada visita que haga a esa hermosa “casa” me encontraré con gente conocida, otras desconocidas que me enseñaran y marcarán un rumbo en mi vida desde todos los aspectos.

Más allá de todo lo que escribí como consideraciones, quiero finalizar este trabajo con las palabras de Philip j. Davis y Reuben Hersh, cuando analizan los peligros de la matematización progresiva de la cultura y señalan, como un posible remedio para evitar alguno de ellos, la siguiente idea central (la cual comparto plenamente):

“La solución, me parece, consiste en el cultivo de valores fuertes que se encuentran fuera de la ciencia. Hemos de proporcionar a los científicos más educación en las humanidades, en la historia. No nos podemos permitir ser técnicos ignorantes. Hemos de tener menos rigidez de pensamiento. Tenemos que evitar llegar a convertirnos en una especie de sacerdocio científico. La solución consiste en mezclar ciencia y tecnología con el resto de la vida en proporciones adecuadas... Tenemos que recordar que aunque la matemática es la reina de todas las Ciencias, la Ciencia no es el único principio de la vida. “El árbol de la vida es mucho más grande que el árbol del pensamiento” dijo Kant. Por ello, cultivemos hombres de pensamiento que sean también hombres de corazón”.

7. BIBLIOGRAFIA

1. <http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/pitagoricos.htm>
2. http://www.anarkasis.com/pitagoras/041_pitagoras/
3. <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Mathematicians/Pythagoras.html>
4. <http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Biografias/12-1-b-pitagoras.html>
5. <http://www.arrakis.es/~mcj/polstar.htm>
6. <http://www.terra.es/personal/jftift/Historia/Biografias/Pitagoras.htm>
7. <http://es.wikipedia.org/wiki/Pit%C3%A1goras>
8. Babini, J. - Historia Universal de la Ciencia y de la Técnica. (Nº 6). Centro Editor de América Latina - 1978.
9. Burbules, N y Callister, T. (2001) – Educación: Riesgos y promesas de las nuevas tecnologías de la información. Barcelona. Gránica. Caps. 3
10. Campos, A – Introducción a la Lógica y a la Geometría Griegas anteriores a Euclides – Universidad Nacional de Colombia – Bogota – 1994
11. Devlin, K. - Memorandum 8, 11, 15 (para el profesor) - Unión Matemática Argentina - Departamento de Educación- OMA.
12. Documentos de la Cátedra de Psicología Cognitiva – 20/10/04
13. Gardner, H. (1995). Mentes creativas. Una anatomía de la creatividad. Barcelona: Paidós.
14. Gardner, H. (2001). La inteligencia reformulada. Las inteligencias múltiples en el siglo XXI. 1999. Barcelona: Paidós. Caps.3, 6 y 7. pp.39 a 56 // 89 a124. (*)
15. Le Lionnais, F. y colaboradores - Las grandes corrientes del pensamiento Matemático. Editorial Universitaria de Bs.As. – 1962
16. Malbran M.T – El procesamiento de la Información – Presentación en pdf de la Maestría.
17. Malbran, M y Pérez, V (2002) “Lectura en medios electrónicos. Una experiencia universitaria”. Trabajo presentado en el 5º Congreso Internacional de Promoción de la lectura y el libro. 28º Feria Internacional del Libro de Buenos Aires, Abril. Buenos Aires, Argentina.
18. Newman J. R. - Sigma, el mundo de las matemáticas . Tomo I y V. Editorial Grijalbo – 1979

19. Papp, D. - Historia de la Ciencia - Enciclopedia Práctica Jackson - Tomo 8- Editorial Jackson - 1951.
20. Pérez, V. (2004) – La Teoría de las Inteligencias Múltiples – Howard Garder
21. Psicología Cognitiva – La Teoría de las Inteligencias Múltiples – Copygth Teresa – Queirel. 2001 – Presentación en pdf de la Maestría.
22. Ribnikov, K. – Historia de las Matemáticas – Editorial Mir – Moscú – 1987
23. Shanks, D. - Solved and unsolved problems in Number Theory. Editorial Spartan Books - Washington, D. C. 1962.
24. Wussing, H.; Arnold, W – Biografías de Grandes Matemáticos – Universidad de Zaragoza -1989